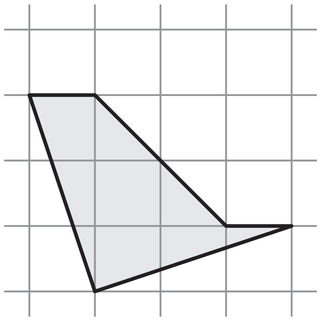
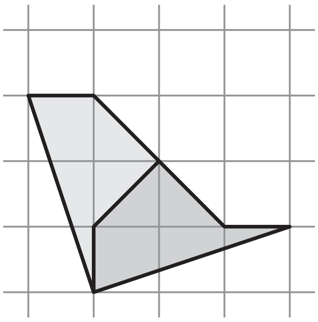
6 класс

Задача 6.1. Разрежьте фигуру на клетчатой бумаге, изображённую на рисунке, на две части, одинаковые по площади и по форме.



Ответ:



Критерии

- 7 б. Верный рисунок.
- 0 б. Во всех остальных случаях.

Задача 6.2. Винни-Пух нашёл бочонок мёда и начал его есть. Через 10 минут к нему присоединился Пятачок. Когда они опустошили бочонок, оказалось, что Пятачку досталась пятая часть того, что было в бочонке изначально. Если Пятачок присоединился бы к Винни-Пуху сразу, то в итоге Пятачку досталась бы треть от того, что было в бочонке. За какое время Винни-Пух опустошил бы бочонок в одиночку? (И Винни-Пух, и Пятачок едят мёд с постоянной скоростью.)

Ответ: 25.

Решение. Из второго условия получаем, что Пятачок ест мёд в 2 раза медленнее Винни-Пуха. Тогда в первом случае Винни-Пух за то время, которое он ел вместе с Пятачком, съел две пятых части бочонка, а всего вместе с Пятачком они за это время съели три пятых бочонка. Значит, за 10 минут Винни-Пух съел $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ бочонка, значит, весь бочонок он съест за $10 : \frac{2}{5} = 25$ минут.

Критерии

Любое полное решение оценивается в 7 баллов. В отсутствие полного решения критерии суммируются:

- +2 б. Замечено, что Пятачок есть мёд в два раза медленнее Винни-Пуха
- +3 б. Замечено, что за то время, которое Винни-Пух ел вместе с Пятачком, они съели $3/5$ бочонка.
- +2 б. Получен верный ответ.

Задача 6.3. На столе в ряд лежали внешне неразличимые монеты весом 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 граммов (именно в таком порядке). Кто-то поменял местами две лежащие рядом монеты. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какие именно монеты поменяли местами?

Решение. Положим на левую чашу вторую и третью монету, а на правую — пятую. Если весы остались в равновесии, поменяли местами либо 2 и 3, либо 6 и 7. Тогда сравним вторую и третью монеты и всё определим. Если левая чаша оказалась легче, поменяли местами либо 1 и 2, либо 5 и 6. Тогда сравним первую и вторую монеты и всё определим. Если левая чаша оказалась тяжелее, поменяли местами либо 3 и 4, либо 4 и 5. Тогда сравним третью и четвёртую монеты и всё определим.

Последовательность взвешиваний, вообще говоря, не единственна: например, в начале можно положить на левую чашу первую и пятую монету, а на правую — шестую, а дальше рассуждать по аналогии.

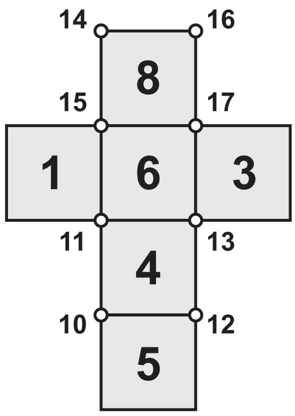
Критерии

Любое полное решение оценивается в 7 баллов. В отсутствие полного решения используются следующие критерии:

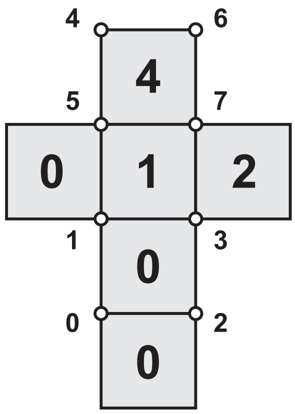
- 6 б. Упущено рассмотрение одного или нескольких случаев, однако в целом алгоритм верный.

Задача 6.4. Костя склеил необычный игральный кубик, на каждой грани которого стоит целое число от 1 до 10, причём все числа различны. В каждой тройке граней с общим углом вычислили сумму чисел и выписали результат. Может ли так быть, что выписали все целые числа от 10 до 17?

Ответ: Да, может. Одно из возможных решений представлено на развёртке куба. Рядом с вершинами куба выписаны соответствующие суммы чисел граней.



Решение. Как можно прийти к решению? Например, так. Поставим в трёх гранях с общей вершиной нули, а в противоположных им граням числа 1, 2 и 4. Тогда суммы чисел в гранях с общей вершиной, которые получились бы на доске для данного кубика, это все целые числа от 0 до 7.



Увеличивая числа в противоположных гранях одновременно на одну и ту же величину, все суммы также увеличиваются на эту величину. Поэтому мы просто постепенно увеличиваем числа в противоположных гранях так, чтобы все числа в гранях оставались различными, а суммы давали значения от 10 до 17.

Критерии

Любой правильно и корректно представленный пример кубика оценивается в 7 баллов. В отсутствие такового критерии суммируются:

- +2 б. Представлен вариант кубика, для которого на доске можно выписать 8 подряд идущих целых чисел, но необязательно от 10 до 17.
- +1 б. Замечено, что при изменении чисел в противоположных гранях на одно и то же число все выписываемые суммы изменяются одинаково.

Задача 6.5. В комнату с чистой доской зашли Аня и Боря. Каждый из них по очереди написал на доске отдельной строкой предложение:

Аня:	В этой строке не больше, чем ... буквы.
Боря:	Если подсчитать все слова, написанные на этой доске, то всего получится ... слов.

К сожалению, в предложениях стёрлись слова, обозначающие числительные. Известно, что предложения были записаны по всем правилам русского языка, и что одно из предложений было ложным. Какое наименьшее числительное могло быть записано в предложении Ани?

Ответ: 42.

Решение. Для начала поймём, какое из написанных предложений может быть верным или ложным.

Рассмотрим предложение Бори. Если оно верно, то значит, в нём написано правильное суммарное количество слов в двух предложениях. В строке Ани не менее 8 слов, в строке Бори — не менее 13. Значит, всего слов не менее $8 + 13 = 21$.

Обратим внимание, что по правилам русского языка в первом предложении числительное обязано заканчиваться на слово “два”, “три” или “четыре”. Если числительное состояло из трёх и более слов, то есть содержало как минимум разряд сотен, то первое предложение обязательно будет верным. Если же в числительном только одно или два слова, то всего слов на доске 21 или 22. А это противоречит правилам записи русского языка второго предложения.

Значит, предложение Бори ложное, а предложение Ани — верное.

Так как числительное в строке Ани заканчивается всегда на “два”, “три” или “четыре”, и количество букв в предложении больше 27, то несложная проверка показывает, что наименьшее подходящее числительное, это “сорок два”.

Критерии

Любое полное решение оценивается в 7 баллов. В отсутствие полного решения критерии суммируются:

- +3 б. Обосновано, почему предложение Бори не может быть истинным.
- +1 б. Обосновано, почему искомое числительное Ани может заканчиваться только на “два”, “три” или “четыре”.
- +2 б. Получен верный ответ.