

Олимпиада «Курчатов»

2016–17 учебный год

Отборочный тур, этап в Статграде

Каждая задача оценивается из 5 баллов. За всякое правильное и обоснованное решение ставится 5 баллов. Если ход решения правильный, однако допущена вычислительная ошибка либо небольшая ошибка в рассуждениях, за решение ставится 3–4 балла. Если ход решения неправильный, но правильно используются законы физики, относящиеся к теме задачи, решение может получить 1–2 утешительных балла.

7 класс

Задача 1

Улитка и гусеница устроили «забег» и пришли к финишу одновременно (победила дружба). Известно, что улитка 20 минут стояла на месте, а всё остальное время ползла со скоростью 3 мм/мин, а гусеница всё время упорно ползла со скоростью 2 мм/мин. Найдите расстояние между стартом и финишем.

Возможное решение

Пока улитка стояла на месте, гусеница проползла 40 мм, а когда улитка ползла, её скорость превышала скорость гусеницы на 1 мм/мин, и за время движения улитка проползла на 40 мм больше гусеницы. Значит, улитка ползла 40 минут, а длина дистанции

$$3 \frac{\text{мм}}{\text{мин}} \cdot 40 \text{ мин} = 120 \text{ мм} = 12 \text{ см}.$$

Задача 2

Колонна муравьёв перетаскивает груз из одного муравейника в другой. Один наблюдательный муравей заметил, что пока он ползёт от одного муравейника до другого без груза, он за весь путь встречает 200 муравьёв, ползущих ему навстречу с грузом, а когда он возвращается обратно с грузом, то он встречает 500 ползущих ему навстречу муравьёв. Найдите, во сколько раз скорость муравья без груза больше скорости муравья с грузом, если известно, что расстояние между соседними муравьями в колонне одинаково, вне зависимости от того, ползут они с грузом или без.

Возможное решение

Поскольку расстояние между муравьями в колоннах одинаково, то и время между двумя встречами одинаково. Значит, на путь с грузом муравей тратит в $\frac{500}{200} = 2,5$ раз времени больше, чем без груза, при этом проходя одинаковое расстояние. Значит, скорость муравья без груза в 2,5 раза больше.

Задача 3

Площадь поперечного сечения медного цилиндра в 2 раза меньше, чем стального, а высота медного цилиндра 10 см. Найдите высоту стального цилиндра, если массы двух цилиндров одинаковы. Плотность меди 8,9 г/см³, а плотность стали 7,8 г/см³.

Возможное решение

Пусть S — площадь поперечного сечения медного цилиндра, а h — высота стального. Тогда

$$S \cdot 10 \text{ см} \cdot 8,9 \frac{\text{Г}}{\text{см}^3} = 2S \cdot h \cdot 7,8 \frac{\text{Г}}{\text{см}^3}.$$

Отсюда $h = 5,7 \text{ см}$.

Задача 4

Тело подвешено на вертикальной пружине в воздухе, при этом удлинение пружины равно 5 мм. Когда это тело, не снимая с пружины, полностью погрузили в воду, удлинение пружины стало равным 3 мм. Определите плотность тела. Плотность воды 1000 кг/м^3 .

Возможное решение

Как следует из условия задачи, вес тела в воздухе относится к силе Архимеда, действующей на полностью погруженное в воду тело, как 5: $(5 - 3) = 2,5$. Значит, плотность тела в 2,5 раза больше плотности воды и равна 2500 кг/м^3 .

8 класс

Задача 1

Две улитки стартуют одновременно с одного места и ползут по прямой дорожке. Первая улитка 30 минут ползёт со скоростью 2 мм/мин, затем 20 минут не двигается, а затем 50 минут ползёт со скоростью 3 мм/мин и приходит к финишу одновременно со второй улиткой. Найдите среднюю скорость второй улитки.

Возможное решение

Поскольку улитки стартовали и финишировали одновременно, их средние скорости одинаковы. Первая улитка прошла расстояние $2 \frac{\text{мм}}{\text{мин}} \cdot 30 \text{ мин} + 3 \frac{\text{мм}}{\text{мин}} \cdot 50 \text{ мин} = 210 \text{ мм}$ за 100 минут. Значит, средняя скорость улиток равна 2,1 мм/мин.

Задача 2

Льдинка объёмом 30 мл плавает в стакане с водой. Внутри льдинки имеется полость, заполненная воздухом. После того, как льдинка частично растаяла, её объём уменьшился на 10% от начального, а объём вытесненной воды изменился на 20% от начального. Найдите объём полости (воздух в полости всё время и со всех сторон окружён льдом).

Возможное решение

Объём вытесненной жидкости изменился на столько же процентов, на сколько изменилась масса льда в льдинке. То есть объём льда уменьшился на 20%, однако это уменьшение составило лишь 10% общего объёма льдинки (в который входит ещё и объём полости). Значит, начальный объём льда в льдинке составляет половину, то есть 15 мл, а оставшиеся 15 мл приходятся на полость.

Задача 3

Однородная линейка лежит на горизонтальном столе так, что один её конец выступает за край стола. К выступающему концу линейки привязан груз массой 30 г. Если длина выступающего конца не превышает 5 см, то линейка находится в равновесии (иначе она опрокидывается). Длина всей линейки 30 см. Найдите массу линейки.

Возможное решение

Центр масс линейки находится посередине, то есть на расстоянии 15 см от края. Значит, когда конец линейки выступает на 5 см, плечо веса груза равно 5 см, а плечо веса линейки – 10 см. Значит, масса линейки в 2 раза меньше массы груза и равна 15 г.

Задача 4

Сколько килограммов каменного угля нужно сжечь в печи с КПД 30%, чтобы получить из 50 дм^3 льда, взятого при температуре -15°C , воду при температуре 35°C ? Удельная теплота сгорания угля 27 МДж/кг, удельная теплота плавления льда 0,33 МДж/кг, удельная теплоёмкость воды $4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплоёмкость льда $2,1 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, плотность льда $0,9 \text{ г}/\text{см}^3$.

Возможное решение

Необходимое количество теплоты:

$$Q = 0,05 \text{ м}^3 \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left(2,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 15^\circ\text{C} + 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} + 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 35^\circ\text{C} \right) \approx 22,9 \text{ МДж.}$$

Количество теплоты, получаемой при сгорании угля массой m , с учетом КПД печи равно:

$$Q = 0,3m \cdot 27 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} = 8,1 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}} \cdot m.$$

Отсюда

$$m = \frac{22,9 \text{ МДж}}{8,1 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}} \approx 2,8 \text{ кг.}$$

9 класс

Задача 1

Две материальные точки начинают движение вдоль оси x в нулевой момент времени. Даны законы движения точек: $x_1 = 5 + t$, $x_2 = 8 - t - t^2$ (все величины в СИ). Найдите относительную скорость точек в момент встречи.

Возможное решение

Найдём время встречи, приравняв координаты двух материальных точек:

$$5 + t = 8 - t - t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -3, \\ t_2 = 1. \end{cases}$$

Поскольку в условии сказано, что точки начинают движение в нулевой момент времени, то подходит только второй корень. Из закона движения видно, что первая точка движется равномерно, проекция её скорости на ось x постоянна и равна 1. Вторая точка движется равноускоренно, проекция её начальной скорости равна -1 , а проекция её ускорения равна -2 . Значит, в момент встречи проекция её скорости равна -3 , а относительная скорость двух точек равна $1 - (-3) = 4$ (единиц СИ).

Задача 2

Брусочек находится на горизонтальной поверхности, коэффициент трения бруска о которую равен 0,2. К бруску прикреплен горизонтальная пружина жёсткостью 120 Н/м, за другой конец которой тянут с постоянной горизонтальной силой. При этом удлинение пружины равно 5 мм. Брусочек движется равномерно и прямолинейно. Найдите массу бруска. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 .

Возможное решение

По закону Гука сила натяжения пружины равно $120 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 0,005 \text{ м} = 0,6 \text{ Н}$. Сила трения скольжения, действующая на брусочек, равна по модулю силе натяжения пружины. С другой стороны, модуль силы трения скольжения равен модулю силы нормальной реакции, умноженному на коэффициент трения. А модуль силы нормальной реакции равен модулю веса бруска и равен 3 Н. Значит, масса бруска равна 300 г.

Задача 3

Льдинка с воздушной полостью внутри плавает в измерительном цилиндре, заполненном спиртом, не касаясь дна или стенок цилиндра. Уровень жидкости в цилиндре находится напротив отметки 120 мл. После того, как льдинка растаяла, уровень жидкости опустился до отметки 110 мл. Найдите плотность получившегося в цилиндре раствора. Плотность чистого спирта $789,3 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение

Как следует из закона Архимеда, масса льдинки равна массе вытесненного ею спирта. Значит, масса всего содержимого цилиндра равна $0,7893 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 120 \text{ см}^3 = 94,72 \text{ г}$. Конечный объём раствора 110 мл. Значит, искомая плотность равна $94,72 \text{ г}/110 \text{ см}^3 = 0,861 \text{ г/см}^3$.

Задача 4

По длинной прямой нихромовой проволоке идёт электрический ток силой 100 мА. На каком расстоянии друг от друга нужно приложить к проволоке щупы идеального вольтметра, чтобы он показал напряжение 10 мВ? Удельное сопротивление нихрома $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{ м}$, площадь поперечного сечения проволоки $0,55 \text{ мм}^2$.

Возможное решение

Сопротивление участка проволоки, на котором измеряется напряжение, должно быть равно $10 \text{ мВ}/100 \text{ мА} = 0,1 \text{ Ом}$. Длина этого участка

$$\frac{0,1 \text{ Ом} \cdot 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}} = 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см}.$$

10 класс

Задача 1

Две материальные точки начинают движение вдоль оси x в нулевой момент времени. Даны законы движения точек: $x_1 = 17 - 2t$, $x_2 = 7 - t + 2t^2$ (все величины в СИ). Найдите относительную скорость точек в момент встречи.

Возможное решение

Найдём время встречи, приравняв координаты двух материальных точек:

$$17 - 2t = 7 - t + 2t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -\frac{5}{2}, \\ t_2 = 2. \end{cases}$$

Поскольку в условии сказано, что точки начинают движение в нулевой момент времени, то подходит только второй корень. Из закона движения видно, что первая точка движется равномерно, проекция её скорости на ось x постоянна и равна -2 . Вторая точка движется равноускоренно, проекция её начальной скорости равна -1 , а проекция её ускорения равна 4 . Значит, в момент встречи проекция её скорости равна 7 , а относительная скорость двух точек равна $7 - (-2) = 9$ (единиц СИ).

Задача 2

На тело, изначально двигавшееся со скоростью 1 м/с, в течение 10 секунд действовала постоянная сила 1 Н, направленная противоположно начальной скорости тела. Конечная скорость тела равна 3 м/с. Найдите массу тела.

Возможное решение

Сила сообщила телу импульс 10 кг·м/с, направленный противоположно его начальной скорости. Модуль конечной скорости тела больше, чем модуль начальной, значит, направление скорости тела изменилось, значит, изменение скорости тела равно 4 м/с. Массу тела можно найти, разделив изменение импульса на изменение скорости:

$$m = \frac{10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}}{4 \text{ м/с}} = 2,5 \text{ кг}.$$

Задача 3

Масса медной проволоки равна 445 г, а сопротивление между концами $0,85$ Ом. Найдите длину этой проволоки, если плотность меди $8,9$ г/см³, а удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Возможное решение

Пусть l, S, m, R, ρ, P — длина, площадь поперечного сечения, масса, сопротивление, плотность, удельное сопротивление проволоки соответственно. Тогда

$$m \cdot R = (\rho l S) \cdot \left(P \frac{l}{S} \right) = \rho P l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{mR}{\rho P}} = 50 \text{ м}.$$

Задача 4

Угол падения луча на стеклянную пластину равен 40° . Луч падает из воздуха, показатель преломления стекла $1,5$. Найдите величину угла между отражённым и преломлённым лучом.

Возможное решение

По закону Снеллиуса угол преломления равен $\arcsin\left(\frac{\sin 40^\circ}{1,5}\right) \approx 25,4^\circ$. По закону отражения угол отражения равен углу падения. Значит, искомый угол равен $180^\circ - 40^\circ - 25,4^\circ = 114,6^\circ$.

11 класс

Задача 1

На тело массой 4 кг в течение 10 секунд действовала сила 2 Н, постоянная по направлению. Конечная скорость тела перпендикулярна начальной и равна 4 м/с. Найдите модуль начальной скорости тела.

Возможное решение

Изменение импульса тела равно $2 \text{ Н} \cdot 10 \text{ с} = 20 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, значит, модуль изменения скорости равен $(20 \text{ кг} \cdot \text{м/с}) / 4 \text{ кг} = 5 \text{ м/с}$. Треугольник из векторов начальной, конечной скорости тела и их разности будет прямоугольным, с гипотенузой 5 м/с и катетом 4 м/с. Значит, второй катет (начальная скорость) должен быть равен 3 м/с.

Задача 2

Концы длинной прямой нихромовой проволоки подсоединены с помощью подводящих проводов с малым сопротивлением к идеальному источнику постоянного тока (прибору, обеспечивающему одну и ту же силу тока через подключенный к нему проводник, вне зависимости от сопротивления этого проводника). Источник настроен на силу тока 2,0 мА. На каком расстоянии нужно приложить к проволоке два щупа амперметра с внутренним сопротивлением 1,00 Ом, чтобы показания амперметра составили 1,0 мА? Удельное сопротивление нихрома $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, площадь поперечного сечения проволоки $0,275 \text{ мм}^2$.

Возможное решение

Чтобы показания амперметра составили 1,0 мА, сопротивление участка проволоки, к которому подключен амперметр, должно быть равно внутреннему сопротивлению прибора, то есть

$$1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot \frac{l}{0,275 \text{ мм}^2} = 1,0 \text{ Ом},$$

где l – искомая длина. Отсюда находим $l = 25 \text{ см}$.

Задача 3

Льдинка с воздушной полостью внутри плавает в мерном цилиндре, заполненном спиртом, не касаясь дна или стенок цилиндра. Уровень жидкости в цилиндре находится напротив отметки 230 мл. После того, как льдинка растаяла, уровень жидкости опустился до отметки 215 мл. Найдите плотность получившегося в цилиндре раствора. Плотность чистого спирта $789,3 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение

Как следует из закона Архимеда, масса льдинки равна массе вытесненного ею спирта. Значит, масса всего содержимого цилиндра равна $0,7893 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 230 \text{ см}^3 = 181,54 \text{ г}$. Конечный объём раствора 215 мл. Значит, искомая плотность равна $181,54 \text{ г} / 215 \text{ см}^3 = 0,844 \text{ г/см}^3$.

Задача 4

Одноатомный идеальный газ нагрели изобарно. Переданное газу количество теплоты равно 50 Дж. Найдите изменение внутренней энергии газа.

Возможное решение

Молярная теплоёмкость одноатомного идеального газа при изобарном процессе $c_p = \frac{5}{2}R$, а при изохорном $c_v = \frac{3}{2}R$. При изохорном нагревании газ не совершает работу, и всё тепло идёт на увеличение внутренней энергии. Значит, при изобарном нагревании $\frac{3}{5}$

всего количества подведённой теплоты идёт на увеличение внутренней энергии. Значит, изменение внутренней энергии газа равно $\frac{3}{5} \cdot 50 \text{ Дж} = 30 \text{ Дж}$.