

1. Числа от 1 до 100 выписали подряд без пробелов. Получилось многозначное число 1234...9899100. Найдите сумму цифр этого числа. [2 балла]
2. Лев, тигр и гепард тренируются в беге на дистанции 1200 м. Лев и гепард стартовали с одного конца, а тигр одновременно стартовал им навстречу с другого конца дистанции. В момент встречи льва и тигра гепард пробежал всю дистанцию и оказался на расстоянии 300 м от льва. А сколько метров было между львом и гепардом в момент встречи тигра с гепардом? [4 балла]
3. Большой клетчатый прямоугольник разрезали на 4 меньших прямоугольника двумя перпендикулярными разрезами, идущими по сторонам клеток. Одна из частей состоит из 12 клеток, другая — из 15, третья — из 44. Из какого количества клеток состоит большой прямоугольник? [5 баллов]
4. Петя отметил на прямой точку, разбив эту прямую на два луча. Из этой точки Петя провел ещё два луча по одну сторону прямой так, что они образовали между собой угол  $40^\circ$ . Для каждой пары из четырёх лучей Петя измерил угол между ними. Кроме угла  $180^\circ$  получилось ещё 5 разных углов. Петя сложил наибольший из тупых углов с наибольшим из острых, получив в сумме  $216^\circ$ . Найдите величину наибольшего из острых углов (в градусах). [6 баллов]
5. Ткачиха с поварихой готовили пир. У каждой из них по коробу, в которых одинаковое число конфет. Ткачиха разложила конфеты из своего короба на 16 блюдечек поровну, а остаток — меньше 16 — положила себе в карман. Повариха разложила конфеты из своего короба на другие 17 блюдечек поровну, а остаток — меньше 17 — положила себе в карман. После того, как повариха положила себе в карман ещё и все конфеты с одного блюдца ткачихи, у неё в кармане стало 60 конфет. Сколько конфет в кармане ткачихи? [7 баллов]
6. За круглым столом сидят 160 знакомых: алхимики (всегда лгут) и химики (всегда говорят правду). Каждый ответил «да» или «нет» на вопрос «Алхимик ли ваш левый сосед?». Ответов «нет» оказалось столько же, сколько химиков (но вовсе не обязательно, что «нет» говорили только химики). Какое наименьшее число химиков может сидеть за этим столом? [9 баллов]

1. Числа от 1 до  $N$  выписали подряд без пробелов. Получилось 2016-значное число 1234567891011... Найдите  $N$ . [3 балла]
2. Серединный перпендикуляр к биссектрисе  $AL$  треугольника  $ABC$  пересек стороны  $AB$  и  $AC$  в точках  $D$  и  $E$  соответственно. Известно, что  $BD = 45$ ,  $CE = 20$ . Найдите  $AB + AC$ . [4 балла]
3. Лев, тигр и гепард тренируются в беге на дистанции 1000 м. Тигр и гепард стартовали с одного конца, а лев одновременно стартовал им навстречу с другого конца дистанции. До встречи льва и гепарда лев успел пробежать на 20 % меньше, чем тигр после этой встречи. В момент, когда лев пробежал 300 м, гепард ещё не закончил дистанцию. Сколько метров было между тигром и гепардом в этот момент? [5 баллов]
4. Петя провел в правильном 45-угольнике  $ABCDEFGH \dots$  диагональ  $AD$ . Для каждой диагонали, пересекающей  $AD$ , Петя вычислил наименьший угол, под которым эта диагональ пересекает  $AD$ . Найдите градусную меру суммы всех этих углов. [6 баллов]
5. Ткачиха с поварихой готовили пир. У каждой из них по коробу, в которых одинаковое число конфет. Ткачиха разложила конфеты из своего короба на 8 блюдец поровну, а остаток — меньше 8 — положила себе в карман. Повариха разложила часть конфет из своего короба на другие 9 блюдец поровну, а остальные (их было больше 9) — положила себе в карман. После того, как повариха положила себе в карман ещё и все конфеты с одного блюда ткачихи, у неё в кармане стало 60 конфет. Сколько конфет в кармане ткачихи? [7 баллов]
6. За круглым столом сидят 100 участников конференции. Они делятся на два типа: политики (всегда лгут) и учёные (всегда говорят правду). Все знают, кто есть кто. Каждый ответил «да» или «нет» на вопрос «Политик ли ваш левый сосед?». Ответов «нет» оказалось ровно в 3 раза меньше, чем учёных за столом. Какое наибольшее число политиков могло сидеть за этим столом? [7 баллов]

1. Точки  $G$ ,  $F$ ,  $E$ ,  $D$  — соседние вершины правильного многоугольника (именно в таком порядке). Известно, что  $\angle GFD = 144^\circ$ . Сколько вершин у этого многоугольника? **[2 балла]**

2. Натуральные числа от 1, 2, 3, ... выписывали подряд без пробелов, пока в полученной строке 1234567891011121314... не встретилась четвёрка цифр ...2016... На каком месте от начала строки стоит цифра 6 из этой четвёрки? **[4 балла]**

3. Дан квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$ , где коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  — положительны, а трёхчлен имеет два различных корня. По этому трёхчлену строится новый трёхчлен по такому правилу: каждый коэффициент заменяется на произведение двух других коэффициентов (например, из трёхчлена  $2x^2 + 5x + 3$  получается трёхчлен  $15x^2 + 6x + 10$ ). Затем то же делается с полученным трёхчленом и так далее, пока не будет получено 2016 трёхчленов, включая исходный. У скольких из полученных трёхчленов нет действительных корней? **[5 баллов]**

4. Ткачиха с поварихой готовили пир. У каждой из них по коробу, в которых одинаковое число конфет. Ткачиха разложила конфеты из своего короба на 10 блюдец поровну, а остаток — меньше 10 — положила себе в карман. Повариха разложила часть конфет из своего короба на другие 11 блюдец поровну, а остальные (их было больше 11) — положила себе в карман. После того, как повариха положила себе в карман ещё и все конфеты с одного блюда ткачихи, у неё в кармане стало 60 конфет. Сколько конфет в кармане ткачихи? **[5 баллов]**

5. За круглым столом сидят 111 участников конференции. Они делятся на два типа: политики (всегда лгут) и учёные (всегда говорят правду). Все знают, кто есть кто. Каждый ответил «да» или «нет» на вопрос «Политик ли ваш левый сосед?». Ответов «нет» оказалось ровно в 3 раза меньше, чем учёных за столом. Какое наименьшее число учёных могло сидеть за этим столом? **[7 баллов]**

6. В единичный куб вписаны две шестиугольные пирамиды, чьи основания совпадают с сечением куба соответствующей плоскостью основания. Вершина первой пирамиды — точка  $A$ , второй — точка  $C$ , где  $ABCD$  — грань куба. Все боковые ребра первой пирамиды имеют длину  $m$ , боковые ребра второй — длину  $n$ , где  $1,2 < n < m < 1,4$ . Найдите число вершин многогранника, который является пересечением этих пирамид. **[9 баллов]**