7 класс

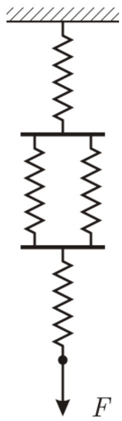
1. Каждое утро девочка Вера выгуливает свою собаку Юлту. Поскольку Юлта любит побегать, Вера всегда берёт на прогулку игрушку, которую бросает перед собой, а Юлта бежит и приносит игрушку хозяйке. При этом Вера не стоит на месте, а идёт вперёд, и, как только Юлта принесёт игрушку, снова бросает её. За время прогулки Вера проходит 1500 м, а Юлта пробегает 6000 м. Сколько раз за прогулку Вера бросает игрушку, если игрушка всегда улетает вперёд на 30 м, а Вера и Юлта двигаются с постоянными скоростями.

Решение.

По условию девочка и собака движутся с постоянными скоростями, причём скорость собаки в $6000\ \text{м} : 1500\ \text{м} = 4$ раза больше. За время между двумя последовательными бросками Вера и Юлта суммарно проходят путь $30\ \text{м} \cdot 2 = 60\ \text{м}$. За это время Вера проходит путь $\frac{1}{1+4} \cdot 60\ \text{м} = 12\ \text{м}$ (можно реализовать это решение виде составления уравнения: если путь Веры между бросками обозначить x м, то путь Юлты будет равен $(60 - x)$ м, и по условию $\frac{60-x}{x} = 4$, откуда $x = 12$). Значит, за прогулку девочка успевает $1500\ \text{м} : 12\ \text{м} = 125$ раз бросить игрушку.

Ответ: 125 раз.

2. Пружины, жёсткость каждой из которых $k = 10\ \text{Н/м}$, соединены как показано на рисунке. С какой силой F нужно растягивать систему, чтобы точка приложения силы опустилась на 10 см?



Решение.

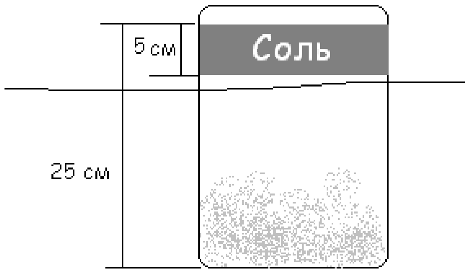
Силы натяжения верхней и нижней пружин равны F, поэтому удлинение каждой из них $\Delta x_1 = F/k$. Силы натяжения средних пружин равны $F/2$, значит их удлинение $\Delta x_2 = F/(2k)$. Общее удлинение системы равно $\Delta x = 2\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{5F}{2k} = 10\ \text{см} = 0{,}1\ \text{м}$, откуда $F = \frac{2k\Delta x}{5} = 0{,}4\ \text{Н}$.

Ответ: 0,4 Н.

3. Шулер хочет пронести в казино игральный кубик, состоящий из пластика в форме куба с ребром 3 см, в который вплавлена свинцовая вставка неправильной формы массой 7 г. Сможет ли он это сделать, если для этого кубик должен весить не больше, чем кубик таких же габаритов плотностью $\rho_0 = 2{,}6\ \text{г/см}^3$. Плотность свинца равна $\rho_{\text{св}} = 11{,}3\ \text{г/см}^3$, плотность пластика $\rho_{\text{пл}} = 2{,}4\ \text{г/см}^3$.

Решение.

Объем куба $V_0 = 3^3\ см^3 = 27\ см^3$. Объем пластика равен $V_{пл} = V_0 - \frac{7\ г}{11{,}3\ г/см^3} = 26{,}38\ см^3$. Масса пластика тогда равна $V_{пл}\rho_{пл} = 63{,}3\ г$, суммарная масса кубика равна 70,3 г. Масса идеального кубика равна $\rho_0 V_0 = 70{,}2\ г$, так что номер не пройдет!
Ответ: не пройдет.



4. Приятель Робинзона Крузо с соседнего острова попросил прислать ему морской почтой мешок соли. Так как мешок в дороге могут заклевать птицы, Робинзон решил отправить посылку в стеклянной цилиндрической банке. Чтобы сосед догадался о том, что в банке соль, Крузо наклеил ленточку шириной d = 5 см на верхнюю часть. Высота всей банки L = 25 см, а площадь основания – S = 100 см^2. Какой объем V_c соли сможет переправить по воде Крузо, если её плотность ρ = 2100 кг/м^3, масса банки с крышкой M = 0,2 кг, а ленточка с надписью всегда должна оставаться над поверхностью воды? Плотность воды в океане в районе острова Робинзона $\rho_{\text{в}} \approx 1{,}027\ \text{г/см}^3$.

Решение.

При максимально допустимом погружении на банку с солью действует сила Архимеда, равная

$$F = \rho_{\text{в}} g S(L-d),$$

которая должна уравновешивать массу банки и соли:

$$(M + \rho V_c)g = \rho_{\text{в}} g S(L-d)$$

Откуда

$$V_c = \frac{\rho_{\text{в}} S(L-d) - M}{\rho} \approx 883\ \text{мл}$$

Ответ: $V_c \approx 883$ мл.

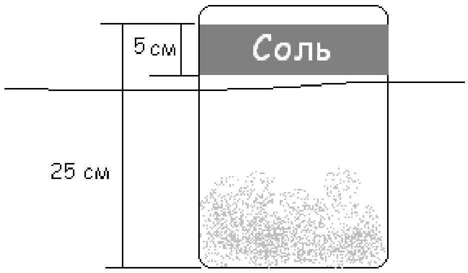
8 класс

1. Шулер хочет пронести в казино игральный кубик, состоящий из пластика в форме куба с ребром 3 см, в который вплавлена свинцовая вставка неправильной формы массой 7 г. Сможет ли он это сделать, если для этого кубик должен весить не больше, чем кубик таких же габаритов плотностью $\rho_0 = 2{,}6\ \text{г/см}^3$. Плотность свинца равна $\rho_{\text{св}} = 11{,}3\ \text{г/см}^3$, плотность пластика $\rho_{\text{пл}} = 2{,}4\ \text{г/см}^3$.

Решение.

Объем куба $V_0 = 3^3\ см^3 = 27\ см^3$. Объем пластика равен $V_{пл} = V_0 - \frac{7\ г}{11{,}3\ г/см^3} = 26{,}38\ см^3$. Масса пластика тогда равна $V_{пл}\rho_{пл} = 63{,}3\ г$, суммарная масса кубика равна 70,3 г. Масса идеального кубика равна $\rho_0 V_0 = 70{,}2\ г$, так что номер не пройдет!
Ответ: не пройдет.

2. Приятель Робинзона Крузо с соседнего острова попросил прислать ему морской почтой мешок соли. Так как мешок в дороге могут заклевать птицы, Робинзон решил отправить посылку в стеклянной цилиндрической банке. Чтобы сосед догадался о том, что в банке соль, Крузо наклеил ленточку шириной d = 5 см на верхнюю часть. Высота всей банки L = 25 см, а площадь основания – S = 100 см^2. Какой объем V_c соли сможет переправить по воде Крузо, если её плотность ρ = 2100 кг/м^3, масса банки с крышкой M = 0,2 кг, а ленточка с надписью всегда должна оставаться над поверхностью воды? Плотность воды в океане в районе острова Робинзона $\rho_\text{в} \approx 1{,}027\ \text{г/см}^3$.



Решение.

При максимально допустимом погружении на банку с солью действует сила Архимеда, равная

$$F = \rho_\text{в} g S(L-d),$$

которая должна уравновешивать массу банки и соли:

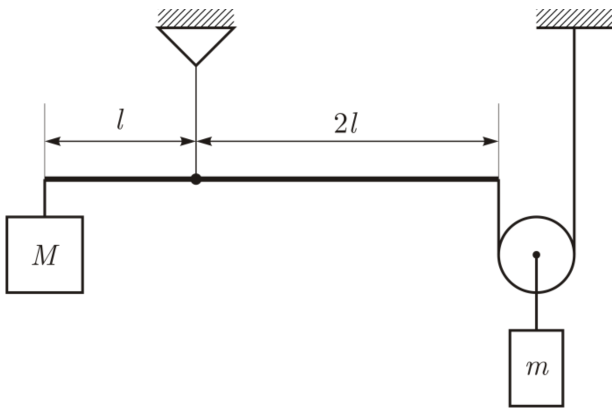
$$(M + \rho V_c)g = \rho_\text{в} g S(L-d)$$

Откуда

$$V_c = \frac{\rho_\text{в} S(L-d) - M}{\rho} \approx 883\ \text{мл}$$

Ответ: $V_c \approx 883$ мл.

3. Какова должна быть масса левого груза M, чтобы система из невесомого рычага и идеального подвижного блока, показанная на рисунке, находилась в равновесии? Масса правого груза $m = 2$ кг.



Решение.

По правилу рычага, натяжение нити, проходящей через блок, должно быть в два раза меньше веса левого груза. А для покоящегося идеального подвижного блока справедливо, что вес подвешенного к нему груза в два раза превышает силу натяжения проходящей через блок нити. Поэтому, вес правого груза должен быть равен весу левого, то есть $m = M = 2$ кг.

Ответ: 2 кг.

4. В калориметр со встроенным электронагревателем налили 50 мл воды при комнатной температуре. Затем электронагреватель включили на 10 минут. Температура воды повысилась на 12 °C. Затем воду вылили, дождались, пока калориметр остынет до комнатной температуры, залили в него 100 мл воды и снова включили электронагреватель на 10 минут. В этот раз температура воды повысилась на 8 °C. Затем повторили то же самое, но со 150 мл воды. На сколько градусов повысилась температура воды в этом случае? Мощность электронагревателя постоянна, теплопотерями можно пренебречь.

Решение.

Пусть c_1 — теплоёмкость калориметра, а c_2 — теплоёмкость 50 мл воды. Каждый раз вода и калориметр получают от нагревателя одинаковое количество теплоты:

$$Q = (c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃ = (c_1 + 2c_2) \cdot 8\ ℃,$$

откуда $c_1 = c_2 = c$. Теперь рассчитаем изменение температуры в третьем случае:

$$\Delta t = \frac{Q}{c_1 + 3c_2} = \frac{(c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃}{c_1 + 3c_2} = \frac{2c \cdot 12\ ℃}{4c} = 6\ ℃.$$

Ответ: на 6 °C.

9 класс

1. В калориметр со встроенным электронагревателем налили 50 мл воды при комнатной температуре. Затем электронагреватель включили на 10 минут. Температура воды повысилась на 12 °C. Затем воду вылили, дождались, пока калориметр остынет до комнатной температуры, залили в него 100 мл воды и снова включили электронагреватель на 10 минут. В этот раз температура воды повысилась на 8 °C. Затем повторили то же самое, но со 150 мл воды. На сколько градусов повысилась температура воды в этом случае? Мощность электронагревателя постоянна, теплопотерями можно пренебречь.

Решение.

Пусть c_1 — теплоёмкость калориметра, а c_2 — теплоёмкость 50 мл воды. Каждый раз вода и калориметр получают от нагревателя одинаковое количество теплоты:

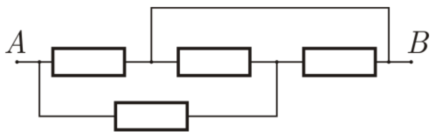
$$Q = (c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃ = (c_1 + 2c_2) \cdot 8\ ℃,$$

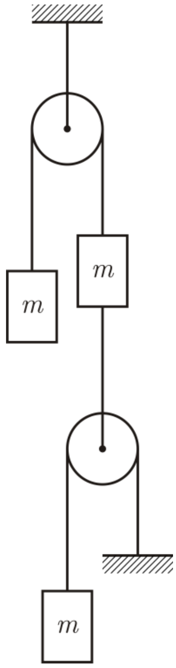
откуда $c_1 = c_2 = c$. Теперь рассчитаем изменение температуры в третьем случае:

$$\Delta t = \frac{Q}{c_1 + 3c_2} = \frac{(c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃}{c_1 + 3c_2} = \frac{2c \cdot 12\ ℃}{4c} = 6\ ℃.$$

Ответ: на 6 °C.

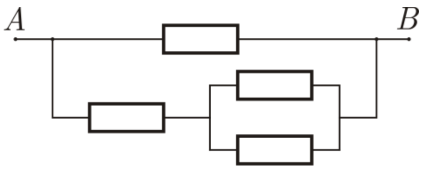
2. Из четырёх одинаковых резисторов, сопротивление каждого из которых $R = 100$ Ом, собрана цепь, показанная на рисунке. Найдите мощность, которая будет выделяться в цепи, если на концы A и B подать напряжение $U = 120$ В.





Решение.

Эквивалентная схема представлена на рисунке. Сопротивление такой цепи можно рассчитать по правилам последовательного и параллельного соединения проводников:



$$R_ц = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R + R/2}\right)^{-1} = \frac{3}{5} \cdot 100 \text{ Ом} = 60 \text{ Ом}.$$

Мощность, выделяемая в цепи: $P = U^2/R_ц = 240$ Вт.

Ответ: 240 Вт.

3. Три одинаковых груза массой m соединены с помощью идеальных нитей и двух идеальных блоков, как показано на рисунке. Найдите величину и направление ускорения нижнего груза.

Решение.

Модули ускорений нижнего и остальных грузов связаны равенством: $a_н = 2a$

Обозначим натяжение нижней веревки за T, за T_1 – части верхней веревки между грузами, T_2 – части верхней веревки между грузом и нижним блоком. Поскольку блоки невесомы, сумма сил, приложенных к нижнему блоку, равна нулю, то есть $T_2 = 2T$. Получаем следующую систему уравнений движения грузов:

$$\begin{cases} 2ma = mg - T \\ ma = 2T + mg - T_1 \\ ma = T_1 - mg \end{cases}$$

Решая ее относительно a, получим: $a_н = 2a = 2g/3$.

<u>Ответ</u>: $a_н = 2g/3$, направлено вниз.

Комментарий: система в исходном решении несколько непонятна (мне кажется, в ней вообще использованы другие обозначения).

4. Человек идёт ночью по улице, освещённой фонарями. В некоторый момент он обратил внимание на то, что тень, которую он отбрасывает перед собой, в два раза короче тени за его спиной. Пройдя

5 м он заметил, что ситуация изменилась: теперь тень за спиной в два раза короче тени перед ним. На каком расстоянии друг от друга стоят на этой улице фонарные столбы, если все они одинаковой высоты?

Решение.

Размер тени пропорционален расстоянию до фонарного столба. Значит, в первом случае ближайший сзади фонарный столб был на расстоянии в два раза меньшем от человека, чем ближайший спереди. Во втором случае наоборот. Значит, человек прошёл треть расстояния между столбами, что составляет 5 м. Отсюда следует, что расстояние между столбами 15 м.

Ответ: 15 м.

5. На гладком льду лежит однородная доска длиной $l = 2$ м. К одному из концов доски привязали верёвку и стали медленно тянуть ее вверх. Когда угол между доской и поверхностью льда стал равен $60°$, вертикально натянутая верёвка оборвалась. На какое расстояние сместится при падении доски её нижний конец.

Решение.

Поскольку лёд гладкий, то нет трения, следовательно вдоль горизонтали на доску не действуют никакие силы. Значит, центр масс доски в конце падения окажется в точке, над которой он находился в начале падения. Расстояние от этой точки до нижнего края доски в начале падения $\frac{l}{2}\cos 60° = \frac{l}{4}$, в конце падения — $\frac{l}{2}$, и искомое смещение равно $\frac{l}{4} = 50$ см.

Ответ: 0,5 м.

10 класс

1. На гладком льду лежит однородная доска длиной $l = 2$ м. К одному из концов доски привязали верёвку и стали медленно тянуть ее вверх. Когда угол между доской и поверхностью льда стал равен $60°$, вертикально натянутая верёвка оборвалась. На какое расстояние сместится при падении доски её нижний конец.

Решение.

Поскольку лёд гладкий, то нет трения, следовательно вдоль горизонтали на доску не действуют никакие силы. Значит, центр масс доски в конце падения окажется в точке, над которой он находился в начале падения. Расстояние от этой точки до нижнего края доски в начале падения $\frac{l}{2}\cos 60° = \frac{l}{4}$, в конце падения — $\frac{l}{2}$, и искомое смещение равно $\frac{l}{4} = 50$ см.

Ответ: 0,5 м.

2. На виниловый диск, вращающийся со скоростью $n = 45$ оборотов в минуту, кладут монетку. Если монетку положить на расстоянии $r = 10$ см от центра диска или ближе, она будет покоиться относительно диска. Если же расстояние от монетки до центра будет больше, она начнёт скользить.

Найдите коэффициент трения μ между монеткой и поверхностью диска. Ускорение свободного падения $g = 9{,}8\ \text{м/с}^2$.

Решение.

Чтобы монетка покоилась относительно диска, сила трения покоя должна придавать монетке центростремительное ускорение. Проскальзывание начнётся, когда сила трения станет равна μmg:

$$m\omega^2 r = \mu mg, \quad \text{откуда} \quad \mu = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{(2\pi n)^2 r}{g} = 0{,}23.$$

Ответ: $\mu = 0{,}23$.

3. Юный экспериментатор изучает зависимость давления идеального газа от температуры. Для этого он изготовил сосуд, заполненный воздухом при атмосферном давлении $P = 10^5\ \text{Па}$ (при таких условиях с хорошей точность можно считать, что воздух — идеальный газ). К сосуду подсоединён манометр, и имеется возможность изменять температуру воздуха внутри сосуда, помещая сосуд в воду. К сожалению, из-за неопытности экспериментатора, установка получилось негерметичной: она выпускает воздух, если разность давлений внутри и снаружи превысит некоторое критическое значение ΔP. Сначала газ в сосуде медленно нагрели до температуры $T_1 = 323\ \text{К}$, затем медленно охладили. При этом давление в сосуде оказалось на $\Delta P_1 = 3\ \text{кПа}$ меньше атмосферного. Какую разность давлений ΔP_2 измерит юный экспериментатор, если проделает тот же эксперимент, только нагревая газ до температуры $T_2 = 353\ \text{К}$? Начальное давление газа вновь равно атмосферному. Изменением объема сосуда при всех происходящих в эксперименте процессах можно пренебречь.

Решение.

Запишем уравнения состояния для моментов, когда газ находится при температуре T_1 и утечка уже прекратилась и после остывания

$$(P + \Delta P)V = \nu R T_1,$$

$$(P - \Delta P_1)V = \nu R T_0,$$

откуда

$$\frac{P + \Delta P}{P - \Delta P_1} = \frac{T_1}{T_0}.$$

Аналогично для второго случая:

$$\frac{P + \Delta P}{P - \Delta P_2} = \frac{T_2}{T_0}.$$

Разделив эти соотношения друг на друга, получим уравнение $\frac{P - \Delta P_2}{P - \Delta P_1} = \frac{T_1}{T_2}$, решая которое найдем

$$\Delta P_2 = P\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) + \Delta P_1 \frac{T_1}{T_2} = 11{,}2\ \text{кПа}.$$

Ответ: $\Delta P_2 = P\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right) + \Delta P_1 \frac{T_1}{T_2} = 11{,}2$ кПа.

Комментарий: уж если мы уверяем участника, что можно пренебречь отличием воздуха при условиях задачи от идеального газа, тем более надо его успокоить насчет более существенных факторов. А то кто-нибудь может попытаться учесть тепловое расширение, и далеко не сразу заметить, что для этого чуть-чуть не хватает данных.

4. Школьный амперметр имеет внутреннее сопротивление 10 Ом и может измерять силу тока не больше, чем 20 мА. Резистор с каким сопротивлением и каким образом нужно подключить к амперметру, чтобы предел измерения увеличился в 10 раз? Какого внутреннее сопротивление получившегося прибора?

Решение.

Резистор нужно подключить параллельно амперметру. Сила тока через резистор должна быть в 9 раз больше, чем через амперметр, значит, сопротивление резистора должно быть в 9 раз меньше внутреннего сопротивления амперметра, то есть $R = \frac{r}{9} \approx 1{,}1$ Ом. При этом внутреннее сопротивление прибора уменьшится в 10 раз и станет равным $r' = \frac{r}{10} = 1$ Ом.

Ответ: нужно подключить параллельно амперметру резистор с сопротивлением $R \approx 1{,}1$ Ом, при этом получившийся прибор будет иметь внутреннее сопротивление $r' = \frac{r}{10} = 1$ Ом.

5. Плоский конденсатор ёмкостью $C = 22$ пФ, резистор с сопротивлением $R = 10$ МОм и идеальный источник напряжения номиналом $U = 100$ В соединены последовательно. Расстояние между обкладками быстро уменьшают в $n = 2$ раза. Найдите тепло Q, которое выделится после этого на резисторе.

Решение.

После уменьшения расстояния между обкладками ёмкость конденсатора станет равной $C_1 = nC$. Заряд конденсатора не успеет измениться (так как сдвиг «быстрый»), и энергия конденсатора станет равной $E = \frac{q^2}{2C_1}$ (во время сдвига тепло на резисторе не выделяется, и энергия поля уменьшается за счет отрицательной работы внешних сил, тормозящих движение притягивающихся пластин). После сдвига в цепи будет течь ток, пока напряжение на конденсаторе не станет равным U. Заряд на конденсаторе вначале $q = CU$, в конце — $q_1 = C_1 U = nCU$. То есть через источник протечёт заряд $\Delta q = (n-1)CU$. Следовательно, источник совершит работу $A = U\Delta q$. Эта работа пойдёт на изменение внутренней энергии конденсатора и на компенсацию тепловых потерь:

$$A = \left(\frac{q_1^2}{2C_1} - \frac{q^2}{2C_1}\right) + Q,$$

откуда

$$Q = U\Delta q - \left(\frac{n^2C^2U^2}{2nC} - \frac{C^2U^2}{2nC}\right) = (n-1)CU - \frac{(n^2-1)CU^2}{2n} = \frac{(n-1)^2CU^2}{2n} = 55 \text{ нДж}.$$

Комментарий: важно четко объяснить физику процесса, ибо участники могут в ней путаться – почти наверняка будут решения с ошибочным отсчетом энергии от $\frac{q^2}{2C}$.