

Онлайн-этап. 9 класс

Задача 1/1. Форма некоторого холма задается уравнением $y = H - \alpha x^2$, где высота $H = 10$ м, а коэффициент $\alpha = 0,05 \text{ м}^{-1}$. Найдите скорость, с которой нужно бросить тело с вершины холма, чтобы оно летело вдоль поверхности этого холма. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 , сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ выразите в м/с, округлив до целых.

Возможное решение

Очевидно, что касательная к траектории в начальной точке должна быть горизонтальна. С учетом этого, получим уравнение траектории:

$$y(x) = H - \frac{gt^2}{2} = H - \frac{x}{V_0},$$

где V_0 – начальная скорость в момент броска. Для того, чтобы форма траектории совпала с формой холма, коэффициент α должен быть равен

$$\alpha = \frac{g}{2V_0^2}.$$

Отсюда выражаем начальную скорость:

$$V_0 = \sqrt{\frac{g}{2\alpha}} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ:

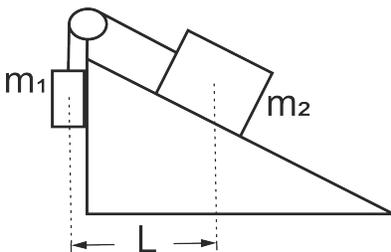
$$v = 10 \text{ м/с}$$

Задача 1/2. Форма некоторого холма задается уравнением $y = H - \alpha x^2$, где высота $H = 20$ м, а коэффициент $\alpha = 0,025 \text{ м}^{-1}$. Найдите скорость, с которой нужно бросить тело с вершины холма, чтобы оно летело вдоль поверхности этого холма. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 , сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ выразите в м/с, округлив до целых.

Ответ:

$$v = 14 \text{ м/с}$$

Задача 2/1. На тяжелом гладком клине с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ закреплен блок в верхнем углу, через него перекинута нить. Нить привязана к брускам массы $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг (см.рис). Первоначально бруски располагаются на одной высоте на расстоянии $L = 2,5$ м друг от друга. Найдите расстояние между брусками через время $t = 1$ с после начала движения. Клин покоится на горизонтальной поверхности. Нить считать легкой и нерастяжимой, ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . Ответ выразите в метрах, округлив до десятых.



Возможное решение

Напишем второй закон Ньютона для брусков с массами m_1 и m_2 в проекциях на ось Y_1 , сонаправленную ускорению свободного падения \vec{g} , и ось X_1 , направленную вдоль наклонной части клина:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T \\ m_2 a = T - m_2 g \sin \alpha \end{cases}$$

Просуммировав уравнения, получим выражение для ускорения системы брусков:

$$a = \frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2}.$$

Найдем расстояние между брусками l через время $t = 1$ с. Для удобства выберем другую систему координат, такую что ось X_2 направлена горизонтально вдоль нижней части бруска вправо, а ось Y_2 направлена противоположно ускорению свободного падения \vec{g} . Определим координаты брусков по горизонтали и по вертикали через время $t = 1$:

$$x_1 = 0, \quad y_1 = -at^2/2;$$

$$x_2 = L - a \cos \alpha t^2/2, \quad y_2 = a \sin \alpha t^2/2.$$

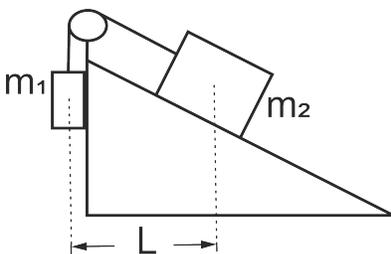
Тогда расстояние между брусками будет равно

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{at^2}{2} \sqrt{(1 + \sin \alpha)^2 + \left(\frac{2L}{at^2} - \cos \alpha\right)^2} \approx 3,8 \text{ м.}$$

Ответ:

$$l = 3,8$$

Задача 2/2. На тяжелом гладком клине с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ закреплен блок в верхнем углу, через него перекинута нить. Нить привязана к брускам массы $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 1$ кг (см.рис). Первоначально бруски располагаются на одной высоте на расстоянии $L = 2,5$ м друг от друга. Найдите расстояние между брусками через время $t = 1$ с после начала движения. Клин покоится на горизонтальной поверхности. Нить считать легкой и нерастяжимой, ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . Ответ выразите в метрах, округлив до десятых.



Ответ:

$$l = 2,4$$

Задача 3/1. В калориметр, содержащий лёд массой $m_1 = 80$ г при температуре $t_1 = -10^\circ\text{C}$, добавили мокрый снег массой $m_2 = 30$ г. После установления теплового равновесия температура в калориметре повысилась до значения $t_2 = -2^\circ\text{C}$. Найдите массу M воды в мокром снеге. Удельная теплоёмкость льда $C = 2,1 \text{ кДж/(кг }^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в граммах и округлите до десятых.

Возможное решение

Имевшийся в калориметре лёд массой m_1 нагрелся от температуры t_1 до температуры t_2 . Необходимое для этого количество теплоты равно:

$$Q_1 = m_1 C (t_2 - t_1).$$

Мокрый снег представляет собой смесь воды и льда, находящихся при температуре 0°C . Количество теплоты, выделившееся при охлаждении снега до конечной температуры t_2 , равно

$$Q_2 = M \lambda + m_2 C (0^\circ - t_2) = M \lambda - m_2 C t_2.$$

Здесь первое слагаемое есть количество теплоты, выделившееся при замерзании воды массой M при температуре 0°C , второе слагаемое — количество теплоты, выделившееся при охлаждении льда массой m_2 от 0°C до конечной температуры t_2 . Приравнявая Q_1 и Q_2 , находим массу M воды в мокром снеге:

$$Q_1 = Q_2 \quad \rightarrow \quad m_1 C (t_2 - t_1) = M \lambda - m_2 C t_2,$$

$$M = \frac{C}{\lambda} (m_1 (t_2 - t_1) + m_2 t_2).$$

Подставим числовые значения:

$$M = \frac{2,1 \text{ кДж/(кг }^\circ\text{C)}}{330 \text{ кДж/кг}} (80 \text{ г} \cdot (-2^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C}) + 30 \text{ г} \cdot (-2^\circ\text{C})) = 3,7 \text{ г.}$$

Ответ:

$$M = \frac{C}{\lambda} (m_1 (t_2 - t_1) + m_2 t_2) = 3,7 \text{ г}$$

Задача 3/2. В калориметр, содержащий переохлаждённую воду массой $m_1 = 50$ г при температуре $t = -5^\circ\text{C}$, добавили мокрый снег массой $m_2 = 60$ г. После установления теплового равновесия в калориметре оказались равные по массе количества воды и льда. Найдите массу M воды в мокром снеге. Удельная теплоёмкость воды $C = 4,2$ кДж/(кг $^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в граммах и округлите до десятых.

Ответ:

$$M = \frac{m_2 - m_1}{2} - \frac{m_1 C t}{\lambda} = 8,2 \text{ г}$$

Задача 3/3.

В калориметр, содержащий переохлаждённую воду массой $m_1 = 100$ г при температуре $t_1 = -4^\circ\text{C}$, долили воду массой $m_2 = 130$ г при температуре $t_2 = +2^\circ\text{C}$. Найдите массу M льда, образовавшегося в калориметре после установления теплового равновесия. Удельная теплоёмкость воды $C = 4,2$ кДж/(кг $^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в граммах и округлите до десятых.

Ответ:

$$M = \frac{C (m_1 |t_1| - m_2 t_2)}{\lambda} = 1,8 \text{ г}$$

Задача 3/4. В калориметр, содержащий переохлаждённую воду массой $m_1 = 90$ г при температуре $t_1 = -3^\circ\text{C}$, бросили латунные опилки массой $m_2 = 130$ г при температуре $t_2 = -20^\circ\text{C}$. Найдите массу M льда, образовавшегося в калориметре после установления теплового равновесия. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4,2$ кДж/(кг $^\circ\text{C}$), удельная теплоёмкость латуни $C_2 = 0,38$ кДж/(кг $^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в граммах и округлите до десятых.

Ответ:

$$M = \frac{C_1 m_1 |t_1| + C_2 m_2 |t_2|}{\lambda} = 6,4 \text{ г}$$

Задача 4/1. Воздух в комнате находится при постоянной температуре $t_{\text{в}} = 25^\circ\text{C}$. В комнату внесли открытый сосуд Дьюара и поместили в него массу $m_1 = 20$ г обычного льда, находящегося при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$. За время $\tau_1 = 9$ часов лёд полностью растаял. После этого в тот же сосуд Дьюара поместили массу $m_2 = 30$ г твёрдой углекислоты (сухого льда) при температуре $t_2 = -78^\circ\text{C}$. При этой температуре углекислота испаряется, минуя жидкую фазу. Такой процесс называется возгонкой. Найдите время τ_2 , за которое углекислота полностью испарится. Считайте, что скорость подвода тепла внутрь сосуда Дьюара пропорциональна разности температур снаружи и внутри сосуда. Удельная теплота плавления льда $\lambda_1 = 0,33$ МДж/кг, удельная теплота возгонки углекислоты $\lambda_2 = 0,38$ МДж/кг. Время τ_2 выразите в часах и округлите до десятых.

Возможное решение

Количество теплоты, которое необходимо затратить для того, чтобы растопить лёд массой m_1 при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$, равно $m_1 \lambda_1$. Скорость подвода тепла внутрь сосуда Дьюара запишем в виде $k(t_{\text{в}} - t_1)$, где коэффициент пропорциональности k определяется конструкцией сосуда. Так как температуры $t_{\text{в}}$ и t_1 постоянны, скорость подвода тепла также постоянна. В этом случае имеем:

$$m_1 \lambda_1 = k(t_{\text{в}} - t_1) \tau_1.$$

Для испарения углекислоты справедливо аналогичное равенство

$$m_2 \lambda_2 = k(t_{\text{в}} - t_2) \tau_2.$$

Поделив второе уравнение на первое, находим время τ_2 :

$$\frac{m_2 \lambda_2}{m_1 \lambda_1} = \frac{(t_{\text{в}} - t_2) \tau_2}{(t_{\text{в}} - t_1) \tau_1} \quad \rightarrow \quad \tau_2 = \tau_1 \frac{m_2 \lambda_2 (t_{\text{в}} - t_1)}{m_1 \lambda_1 (t_{\text{в}} - t_2)}.$$

Подставим числовые значения:

$$\tau_2 = 9 \text{ ч} \cdot \frac{30 \text{ г}}{20 \text{ г}} \cdot \frac{0,38 \text{ МДж/кг}}{0,33 \text{ МДж/кг}} \cdot \frac{25^\circ}{103^\circ} = 3,8 \text{ ч}.$$

Ответ:

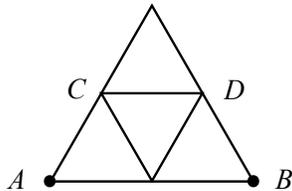
$$\tau_2 = \tau_1 \frac{m_2 \lambda_2 (t_{\text{в}} - t_1)}{m_1 \lambda_1 (t_{\text{в}} - t_2)} = 3,8 \text{ ч}$$

Задача 4/2. Воздух в комнате находится при постоянной температуре $t_B = 20^\circ\text{C}$. В комнату внесли открытый сосуд Дьюара и налили в него массу $m_1 = 150$ г жидкого азота, находящегося при температуре кипения $t_1 = -196^\circ\text{C}$. За время $\tau_1 = 4,5$ часа азот полностью испарился. После этого в тот же сосуд Дьюара поместили массу $m_2 = 60$ г твёрдой углекислоты (сухого льда) при температуре $t_2 = -78^\circ\text{C}$. При этой температуре углекислота испаряется, минуя жидкую фазу. Такой процесс называется возгонкой. Найдите время τ_2 , за которое углекислота полностью испарится. Считайте, что скорость подвода тепла внутрь сосуда Дьюара пропорциональна разности температур снаружи и внутри сосуда. Удельная теплота испарения жидкого азота $\lambda_1 = 0,19$ МДж/кг, удельная теплота возгонки углекислоты $\lambda_2 = 0,38$ МДж/кг. Время τ_2 выразите в часах и округлите до десятых.

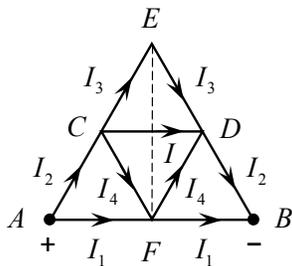
Ответ:

$$\tau_2 = \tau_1 \frac{m_2 \lambda_2 (t_B - t_1)}{m_1 \lambda_1 (t_B - t_2)} = 7,9 \text{ ч}$$

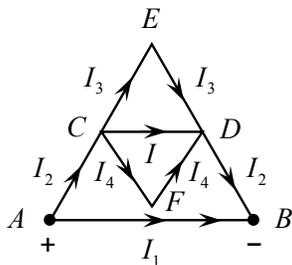
Задача 5/1. Из девяти одинаковых проволочных отрезков сопротивлением $R = 0,26$ Ом каждый собран плоский каркас, состоящий из правильных треугольников. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения $V = 45$ мВ за точки A и B . Найдите силу тока I , текущего по отрезку CD . Ответ выразите в миллиамперах и округлите до десятых.



Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключён к точке A , а отрицательный к точке B . Рассмотрим распределение токов в ветвях каркаса. Так как при подключении батареи к точкам A и B каркас зеркально симметричен относительно прямой EF , распределение токов также обладает зеркальной симметрией. В частности, по отрезкам CF и FD течёт один и тот же ток I_4 . Поэтому точку F можно отсоединить от отрезка AB без изменения распределения токов.



Сопротивления участков CED и CFD одинаковы и равны $2R$. Поэтому токи I_3 и I_4 совпадают:

$$I_3 = I_4.$$

Закон сохранения заряда в узле C даёт:

$$I_2 = I_3 + I_4 + I = 2I_3 + I.$$

Приравняв напряжения на участках CD и CED , получаем:

$$IR = 2I_3R \quad \longrightarrow \quad I = 2I_3.$$

Двигаясь по пути $ACDB$, запишем напряжение V так:

$$V = I_2 R + IR + I_2 R = 2I_2 R + IR.$$

Исключая из полученных уравнений токи I_3 и I_2 , находим ток I :

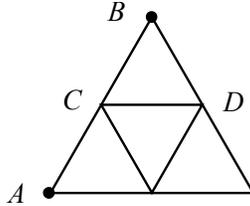
$$I_2 = 2I_3 + I = 2I,$$

$$V = 2I_2 R + IR = 5IR \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{5R} = 34,6 \text{ мА}.$$

Ответ:

$$I = \frac{V}{5R} = 34,6 \text{ мА}$$

Задача 5/2. Из девяти одинаковых проволочных отрезков сопротивлением $R = 0,38$ Ом каждый собран плоский каркас, состоящий из правильных треугольников. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения $V = 90$ мВ за точки A и B . Найдите силу тока I , текущего по отрезку CD . Ответ выразите в миллиамперах и округлите до десятых.

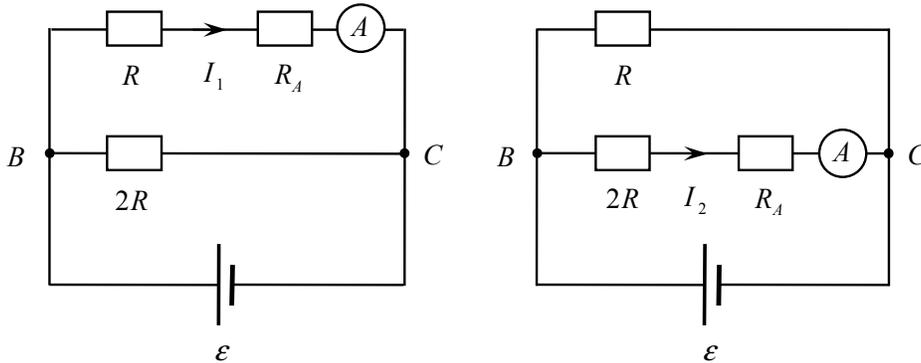


Ответ:

$$I = \frac{V}{10R} = 23,7 \text{ мА}$$

Задача 6/1. Два сопротивления, одно из которых в 2 раза больше другого, соединены параллельно и подключены к батарее. Изменяя с помощью одного и того же амперметра силу тока, текущего через сопротивления, получили значения $I_1 = 30$ мА для меньшего сопротивления и $I_2 = 20$ мА для большего. Найдите показание амперметра I , если в той же цепи использовать его для измерения силы тока, текущего через батарею. Ответ выразите в миллиамперах. Внутреннее сопротивление батареи не учитывайте.

Возможное решение

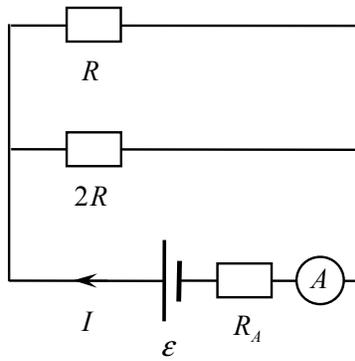


Пусть R и $2R$ — параллельно соединённые сопротивления. Неравенство $I_1 \neq 2I_2$ означает, что сопротивление амперметра отлично от нуля. Обозначим его через R_A . Учитывая, что при измерении токов I_1 и I_2 напряжение между точками B и C равно эдс батареи ε , получаем два уравнения:

$$R + R_A = \frac{\varepsilon}{I_1}, \quad 2R + R_A = \frac{\varepsilon}{I_2}.$$

Выразим отсюда R и R_A :

$$R = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{\varepsilon(I_1 - I_2)}{I_1 I_2}, \quad R_A = \frac{2\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_2} = \frac{\varepsilon(2I_2 - I_1)}{I_1 I_2}.$$



При измерении силы тока, текущего через батарею, амперметр соединяется последовательно с парой сопротивлений R и $2R$. Общее сопротивление цепи в этом случае равно:

$$R_0 = \frac{2R}{3} + R_A = \frac{2R + 3R_A}{3}.$$

Здесь $2R/3$ — общее сопротивление пары R и $2R$. Используя выражения для R и R_A , получаем:

$$R_0 = \frac{\varepsilon}{3I_1I_2} (2I_1 - 2I_2 + 6I_2 - 3I_1) = \frac{\varepsilon(4I_2 - I_1)}{3I_1I_2}.$$

Ток I , текущий через батарею, равен

$$I = \frac{\varepsilon}{R_0} = \frac{3I_1I_2}{4I_2 - I_1}.$$

Подставим числовые значения токов в миллиамперах:

$$I = \frac{3 \cdot 30 \cdot 20}{80 - 30} = \frac{180}{5} = 36 \text{ мА}.$$

Ответ :

$$I = \frac{3I_1I_2}{4I_2 - I_1} = 36 \text{ мА}.$$

Задача 6/2. К батарее последовательно подключены два одинаковых сопротивления. Измеряя с помощью одного и того же вольтметра напряжение на одном из сопротивлений и на обоих сопротивлениях получили значения $V_1 = 40 \text{ В}$ и $V_2 = 100 \text{ В}$. Найдите, какое напряжение V покажет вольтметр, если включить его последовательно с сопротивлениями. Ответ выразите в вольтах. Внутреннее сопротивление батареи не учитывайте.

Ответ :

$$V = \frac{V_1V_2}{2V_2 - 3V_1} = 50 \text{ В}.$$