

**Задача 1/1.** В велосипеде две зубчатые шестеренки соединены натянутой цепью, передающей движение с ведущей передней шестеренки на заднюю шестеренку. Задняя шестеренка имеет общую ось с задним колесом. Если скорость острия зубца на передней шестеренке составляет 10 в системе отсчета велосипеда, то какая будет скорость точки, расположенной на шине заднего колеса, в системе отсчета велосипеда? Радиус задней шестеренки в два раза меньше радиуса передней шестеренки и в 10 раз меньше радиуса колеса. Предполагать, что велосипед едет по прямой дорожке и никуда не сворачивает. Ответ выразите в сантиметрах в секунду и округлите до целых.

*Возможное решение*

Цепь передает на зубчики задней шестеренки скорость зубчиков передней шестеренки, таким образом, скорость зубчиков задней шестеренки равна  $10 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$ . Далее, используя равенство угловых скоростей для дисков с общей осью, получаем, что скорость точек на шине колеса равна скорости зубчиков шестеренки заднего колеса, умноженной на отношение радиусов заднего колеса и задней шестеренки:

$$v = 10 \cdot 10 \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 100 \frac{\text{см}}{\text{сек}} .$$

**Ответ:**  $100 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$

**Задача 1/2.** В велосипеде две зубчатые шестеренки соединены натянутой цепью, передающей движение с ведущей передней шестеренки на заднюю шестеренку. Задняя шестеренка имеет общую ось с задним колесом. Если скорость точки на шине заднего колеса составляет 90 в системе отсчета велосипеда, то какая скорость будет у зубца передней ведущей шестеренки в системе отсчета велосипеда? Радиус задней шестеренки в два раза меньше радиуса передней шестеренки и в 10 раз меньше радиуса колеса. Предполагать, что велосипед едет по прямой дорожке и никуда не сворачивает. Ответ выразите в сантиметрах в секунду и округлите до целых.

**Ответ:**  $9 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$

**Задача 2/1.** Используемые в лазерных установках диэлектрические зеркала обладают отражающими свойствами, которые формируются благодаря покрытию из нескольких чередующихся тонких слоёв из различных диэлектрических материалов: тонкие слои материала с более высоким показателем преломления чередуются с более толстыми слоями с меньшим показателем преломления. Плотность более толстых слоев меньше плотности тонких на 15%, а толщина толстого слоя в свою очередь превышает толщину тонкого слоя на 22,5%. На сколько средняя плотность целого диэлектрического зеркала больше плотности слоев с меньшим показателем преломления, если число слоев разной толщины одинаково? Ответ выразите в процентах и округлите до десятых долей процента.

*Возможное решение*

Пусть число слоев разной толщины равно  $N$  и площадь боковой части слоя равна  $S$ . Пусть плотность слоя с меньшим показателем преломления (более толстый слой) равна  $\rho$ , тогда плотность слоя с большим показателем преломления (более тонкий слой) равна  $1,225\rho$ . Аналогично, если толщину слоя с большим показателем преломления обозначить за  $d$ , то толщина слоя с меньшим показателем преломления будет равна  $1,15d$ . Тогда общий объем диэлектрического зеркала будет равен

$$V = SdN + 1,225d \cdot SN = 2,225Sd .$$

Масса равна

$$M = SdN \cdot 1,15\rho + SdN \cdot 1,225\rho = 2,375SdN\rho .$$

Соответственно средняя плотность равна

$$\frac{M}{V} = \frac{2,375SdN\rho}{2,225SdN} \approx 1,067\rho .$$

Тогда искомое отношение плотностей равно

$$\left( \frac{1,067\rho}{\rho} - 1 \right) \cdot 100\% = 6,7\%$$

**Ответ:** 6,7%

**Задача 2/2.** Используемые в лазерных установках диэлектрические зеркала обладают отражающими свойствами, которые формируются благодаря покрытию из нескольких чередующихся тонких слоёв из различных диэлектрических материалов: тонкие слои материала с более высоким показателем преломления чередуются с более толстыми слоями с меньшим показателем преломления. Плотность более толстых слоев меньше плотности тонких на 15%, а толщина толстого слоя в свою очередь превышает толщину тонкого слоя на 22,5%. На сколько средняя плотность целого диэлектрического зеркала меньше плотности слоев с большим показателем преломления, если число слоев разной толщины одинаково? Ответ выразите в процентах и округлите до десятых долей процента.

**Ответ:** 12,9%

**Задача 3/1.** Петя карабкается по очень скользкому склону заледеневшего холма: 3 минуты он продвигается со скоростью 0,5 м/с, затем останавливается на отдых на 55 секунд. После этого он поскальзывается и катится по склону вниз со скоростью 0,2 м/с в течение 45 секунд. По прошествии этого времени Петя успевает остановиться и медленно карабкается вверх со скоростью 0,3 м/с в течение 40 секунд. После этого ситуация повторяется - он вновь 3 минуты поднимается со своей нормальной скоростью 0,5 м/с, повторяет остановку на отдых, затем поскальзывается, медленно карабкается вверх, и так далее. За какое время он доберется до вершины холма, если длина склона составляет 950 м, а движение Пети происходит по вышеописанному циклу (бежит, отдыхает, поскальзывается и скатывается, медленно карабкается)? Ответ выразите в минутах и округлите до целых.

*Возможное решение*

Чтобы узнать необходимое время для подъема, посчитаем время, затрачиваемое на один цикл, общее количество циклов и возможный остаток пути, который мог не войти в целый цикл. Найдем расстояние, которое Петя проходит за один цикл:

$$S = 0,5 \text{ м/с} \cdot 180 \text{ с} - 0,2 \text{ м/с} \cdot 45 \text{ с} + 0,3 \text{ м/с} \cdot 40 \text{ с} = 93 \text{ м}.$$

Время одного цикла  $T$  равно

$$T = 180 + 55 + 45 + 40 = 320 \text{ с}.$$

Всего получается 10 полных циклов, и после остается еще 20 м, которые Петя пройдет со скоростью 0,5 м/с за время  $T'$ . Значит общее затраченное время  $t$  равно

$$t = T + T' = 320 \cdot 10 + \frac{20}{0,5} = 3240 \text{ с} = 54 \text{ мин}.$$

**Ответ:** 54 мин

**Задача 3/2.** Петя карабкается по очень скользкому склону заледеневшего холма: 3,5 минуты он продвигается со скоростью  $\frac{2}{3}$  м/с, затем останавливается на отдых на 45 секунд. После этого он поскальзывается и катится по склону вниз со скоростью 1 м/с в течение 25 секунд. По прошествии этого времени Петя успевает остановиться и медленно карабкается вверх со скоростью 0,3 м/с в течение 40 секунд. После этого ситуация повторяется - он вновь 3,5 минуты поднимается со своей нормальной скоростью  $\frac{2}{3}$  м/с, повторяет остановку на отдых, затем поскальзывается, медленно карабкается вверх, и так далее. Сколько метров составляет длина склона, если Петя потратил на подъем ровно 44 минуты и 19 секунд, а его движение происходит по вышеописанному циклу (бежит, отдыхает, поскальзывается и скатывается, медленно карабкается)? Ответ выразите в метрах и округлите до целых.

**Ответ:** 1082 м

**Задача 4/1.** Экспериментатор Глюк проводит эксперимент с неизвестными науке инопланетными жидкостями  $A$  и  $B$ , заполняющих одинаковый объем в двух идентичных аквариумах. Для этого он с помощью пружинного динамометра взвешивает небольшой обломок метеорита неизвестной плотности тремя разными способами: в воздухе, при полном погружении в первый аквариум с жидкостью  $A$  и при полном погружении во второй аквариум с жидкостью  $B$ . При первом взвешивании пружина динамометра растянулась на  $x_1 = 2,4$  см, при втором в  $\frac{7}{8}$  раз меньше, чем в первом, а при третьем  $\frac{5}{6}$  раз меньше, чем при первом. Найдите во сколько раз плотность первой жидкости больше, чем плотность второй. Ускорение свободного падения можно считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ , ответ округлите до сотых.

*Возможное решение*

Сила упругости пружины динамометра во всех случаях одинакова. Напишем равенство сил действующих на метеорит при первом и втором взвешиваниях:

$$kx_1 = kx_2 + \rho_A Vg \Rightarrow k(x_1 - x_2) = \rho_A Vg.$$

Напишем равенство сил, действующих на метеорит при первом и третьем взвешиваниях:

$$kx_1 = kx_3 + \rho_B Vg \Rightarrow k(x_1 - x_3) = \rho_B Vg.$$

Выразив коэффициент  $k$  из одного уравнения и подставив его в другое, получим отношение плотностей жидкостей:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{x_1 - x_3}{x_1 - x_2} = \frac{1 - x_3/x_1}{1 - x_2/x_1} = \frac{1 - 5/6}{1 - 7/8} = 1,33.$$

**Ответ:** 1,33

*Примечание: верное решение задачи в котором было найдено обратное отношение плотностей жидкостей оценивалось в полный балл.*

**Задача 4/2.** Экспериментатор Глюк проводит эксперимент с неизвестными науке инопланетными жидкостями  $A$  и  $B$ , заполняющих одинаковый объем в двух идентичных аквариумах. Для этого он с помощью пружинного динамометра взвешивает небольшой обломок метеорита неизвестной плотности тремя разными способами: в воздухе, при полном погружении в первый аквариум с жидкостью  $A$  и при полном погружении во второй аквариум с жидкостью  $B$ . Оказалось, что отношение растяжений пружины в этих трех случаях соответственно равно  $12 : 9 : 8$ , а разность плотностей жидкостей  $B$  и  $A$  равна  $\rho_B - \rho_A = 0,15 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Найдите плотность куска метеорита, если жесткость пружины динамометра равна  $300 \text{ Н/м}$ . Ускорение свободного падения можно считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ , ответ дайте в  $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$  округлите до десятых.

**Ответ:**  $1,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

**Задача 5/1.** Экспериментатор Глюк хочет доехать на грузовом автомобиле из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми составляет  $150 \text{ км}$ . Однако сразу после выезда Глюк обнаружил, что забыл заправить бензобак и не может доехать напрямую до города  $B$ , поэтому решает добраться до него через удаленный на  $90 \text{ км}$  от города  $A$  поселок городского типа  $C$ , где он сможет дозаправиться и поехать дальше. На момент отъезда из пункта  $A$  Глюк отметил, что бензина оставалось  $18,5 \text{ л}$ , через  $14 \text{ км}$  на участке между городами  $A$  и  $C$  бензина осталось уже  $16,26 \text{ л}$ . Найдите расстояние между пунктами  $A$  и  $C$ , если суммарное количество бензина, затрачиваемое в пути из пункта  $A$  в пункт  $B$  через пункт  $C$  на  $2,4 \text{ л}$  больше, чем если ехать из пункта  $A$  в пункт  $B$  напрямую. Ответ выразите в километрах и округлите до целых.

*Возможное решение*

Найдем расход бензина грузового автомобиля:

$$v = \frac{18,5 - 16,26}{14} = 0,16 \text{ л/км.}$$

Тогда во время пути из  $A$  в  $B$  будет израсходовано бензина

$$150 \cdot 0,16 = 24 \text{ л,}$$

а во время пути из  $A$  в  $C$

$$90 \cdot 0,16 = 14,4 \text{ л.}$$

Соответственно на путь из  $C$  в  $B$  будет израсходовано бензина

$$24 + 2,4 - 14,4 = 12 \text{ л.}$$

Тогда расстояние между пунктами  $B$  и  $C$  равно

$$12/0,16 = 75 \text{ км.}$$

**Ответ:** 75 км

**Задача 5/2.** Экспериментатор Глюк хочет доехать на грузовом автомобиле из города  $X$  в город  $Y$ . Однако сразу после выезда Глюк обнаружил, что забыл заправить бензобак и не может доехать напрямую до города  $Y$ , поэтому решает добраться до него через удаленный на  $72 \text{ км}$  от города  $X$  поселок городского типа  $Z$ , где он сможет дозаправиться и поехать дальше. На момент отъезда из пункта  $X$  Глюк отметил, что бензина оставалось  $16,4 \text{ л}$ , а через  $14 \text{ км}$  на участке между городами  $X$  и  $Z$  бензина осталось уже  $14,16 \text{ л}$ . Найдите расстояние между пунктами  $X$  и  $Y$ , если суммарное количество бензина, затрачиваемое в пути из пункта  $X$  в пункт  $Y$  через пункт  $Z$  на  $1,92 \text{ л}$  больше, чем если ехать из пункта  $X$  в пункт  $Y$  напрямую, а расстояние между пунктами  $Y$  и  $Z$  равно  $60 \text{ км}$ . Ответ выразите в километрах и округлите до целых.

**Ответ:** 120 км