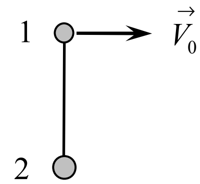
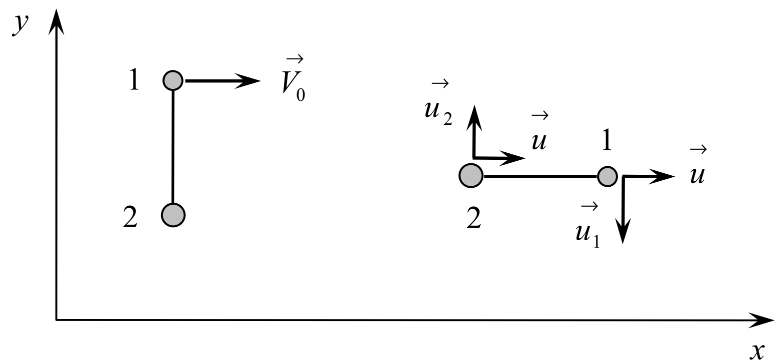
Задача 1/1. По гладкой горизонтальной поверхности скользят две маленькие шайбы 1 и 2, соединённые жёстким невесомым стержнем. Известно отношение масс шайб: $m_2/m_1 = 3$. В некоторый момент времени, принятый за начальный, скорость $\vec{V_0}$ шайбы 1 направлена перпендикулярно стержню, а скорость шайбы 2 равна нулю. Найдите отношение $x = V_1/V_2$, где V_1 и V_2 — скорости шайб 1 и 2 в момент, когда стержень повернулся на угол $90°$ относительно начального положения. Ответ округлите до сотых.



Возможное решение



Разложим скорости шайб на составляющие, параллельные и перпендикулярные стержню в конечном положении:

$$\vec{V_1} = \vec{u} + \vec{u_1},$$

$$\vec{V_2} = \vec{u} + \vec{u_2}.$$

Вектор $\vec{u}$ направлен вдоль стержня. Так как длина стержня не меняется при движении, эта составляющая одинакова для обеих шайб. Векторы $\vec{u_1}$ и $\vec{u_2}$ перпендикулярны стержню. Поскольку шайбы движутся без трения, их суммарный импульс сохраняется:

$$m_1\vec{V_0} = m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2} \quad \to \quad m_1\vec{V_0} = m_1(\vec{u} + \vec{u_1}) + 3\,m_1(\vec{u} + \vec{u_2}) \quad \to \quad \vec{V_0} = 4\vec{u} + \vec{u_1} + 3\,\vec{u_2}.$$

Направим оси неподвижной системы координат вдоль начального и конечного положений стержня. В проекциях имеем:

$$V_0 = 4\,u \quad \to \quad u = \frac{V_0}{4},$$

$$0 = -u_1 + 3\,u_2 \quad \to \quad u_1 = 3\,u_2.$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\frac{m_1V_0^2}{2} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} \quad \to \quad m_1V_0^2 = m_1(u^2 + u_1^2) + 3\,m_1(u^2 + u_2^2) \quad \to \quad V_0^2 = 4\,u^2 + u_1^2 + 3\,u_2^2.$$

Подставляя сюда полученные выше выражения для u и u_1, последовательно находим все скорости:

$$V_0^2 = 4\cdot\frac{V_0^2}{16} + 9\,u_2^2 + 3\,u_2^2 \quad \to \quad 12\,u_2^2 = \frac{3\,V_0^2}{4} \quad \to \quad u_2^2 = \frac{V_0^2}{16} \quad \to \quad u_2 = \frac{V_0}{4},$$

$$u_1 = 3\,u_2 = \frac{3\,V_0}{4}.$$

$$V_1 = \sqrt{u^2 + u_1^2} = \sqrt{\left(\frac{V_0}{4}\right)^2 + \left(\frac{3\,V_0}{4}\right)^2} = \frac{V_0\,\sqrt{10}}{4}\,,$$

$$V_2 = \sqrt{u^2 + u_2^2} = \sqrt{\left(\frac{V_0}{4}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{4}\right)^2} = \frac{V_0\,\sqrt{2}}{4}\,.$$

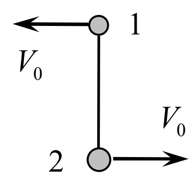
Отношение скоростей равно:

$$x = \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{5} \approx 2{,}24.$$

Ответ:

$$x = \sqrt{5} = 2{,}24$$

Задача 1/2. По гладкой горизонтальной поверхности скользят две маленькие шайбы 1 и 2, соединённые жёстким невесомым стержнем. Известно отношение масс шайб: $m_2/m_1 = 2$. В некоторый момент времени, принятый за начальный, скорости шайб равны по абсолютной величине и направлены перпендикулярно стержню в противоположные стороны. Найдите отношение $x = V_1/V_2$, где V_1 и V_2 — скорости шайб 1 и 2 в момент, когда стержень повернулся на угол $90°$ относительно начального положения. Ответ округлите до сотых.

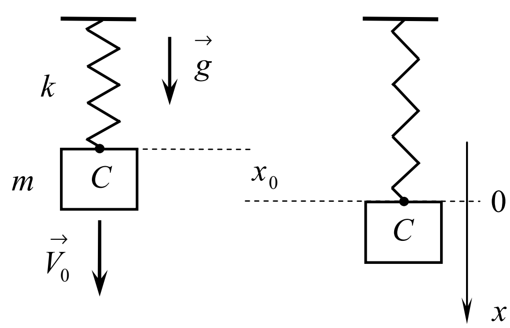


Ответ:

$$x = 1,84$$

Задача 2/1. Груз, подвешенный к потолку на невесомой пружине, может совершать вертикальные гармонические колебания с периодом T. Колебания возбудили, поместив груз в положение, в котором пружина не деформирована, и сообщив ему направленную вниз скорость $V_0 = 2g/\omega$, где g — ускорение свободного падения, $\omega = 2\pi/T$ — круговая частота колебаний. Найдите время τ, прошедшее от начала движения до момента, когда скорость груза стала максимальной. Ответ выразите в виде отношения $x = \tau/T$, округлённого до тысячных.

Возможное решение



Найдём сначала величину x_0 удлинения пружины в положении равновесия:

$$mg = k\,x_0 \quad \to \quad x_0 = \frac{mg}{k}\,,$$

m — масса груза, k — жёсткость пружины. При вертикальных колебаниях все точки груза движутся с одним и тем же ускорением. Поэтому в качестве координаты груза можно использовать координату любой его точки. Удобно выбрать точку C, в которой пружина прикреплена к грузу. Направим ось x вертикально вниз и будем отсчитывать координату точки C от её равновесного положения. Запишем второй закон Ньютона:

$$m\,a_x = -k\,(\,x_0 + x\,) + mg\,.$$

Здесь a_x — проекция ускорения груза на ось x, x — координата точки C, $(\,x_0 + x\,)$ — удлинение пружины. Учитывая равенство $mg = k\,x_0$, получаем:

$$m\,a_x = -k\,x \quad \to \quad a_x + \frac{k}{m}\,x = 0 \quad \to \quad a_x + \omega^2 x = 0\,.$$

Это уравнение гармонических колебаний с круговой частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

и периодом $T = 2\pi/\omega$. Зависимости от времени координаты и проекции скорости груза на ось x определяются следующими формулами:

$$x\,(\,t\,) = A\sin\,(\,\omega\,t + \alpha\,)\,, \quad V_x\,(\,t\,) = A\,\omega\cos\,(\,\omega\,t + \alpha\,)\,,$$

A — амплитуда колебаний, α — начальная фаза. Для того чтобы найти эти величины, нужно задать начальные значения координаты и скорости при $t = 0$. В нашем случае:

$$x\,(\,0\,) = -x_0 \quad \to \quad A\sin\alpha = -\frac{mg}{k} = -\frac{g}{\omega^2}$$

$$V_x\,(\,0\,) = V_0 \quad \to \quad A\,\omega\cos\alpha = V_0\,.$$

В дальнейшем нам потребуется только значение начальной фазы α. Так как амплитуда колебаний считается положительной величиной, то $\sin\alpha < 0$ и $\cos\alpha > 0$. Поэтому угол α лежит в четвёртой четверти. Выразим его через арктангенс:

$$\sin\alpha = -\frac{g}{A\,\omega^2}\,, \quad \cos\alpha = \frac{V_0}{A\,\omega} \quad \to \quad \mathrm{tg}\,\alpha = -\frac{g}{\omega\,V_0} \quad \to \quad \alpha = -\mathrm{arctg}\left(\frac{g}{\omega\,V_0}\right)\,.$$

Скорость груза достигает максимального значения в положении равновесия:

$$\cos\,(\,\omega\,\tau + \alpha\,) = 1 \quad \to \quad \omega\,\tau + \alpha = 2\,\pi\,n \quad \to \quad \tau = \frac{-\alpha + 2\,\pi\,n}{\omega}\,,$$

n — целое число. Минимальное положительное значение τ получается при $n = 0$:

$$\tau = -\frac{\alpha}{\omega} = \frac{1}{\omega}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{g}{\omega\,V_0}\right) \quad \to \quad X = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{2\,\pi}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{g}{\omega\,V_0}\right)$$

При $V_0 = 2g\,/\omega$ получаем:

$$X = \frac{1}{2\,\pi}\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2} = 0,074\,.$$

Ответ:

$$X = \frac{1}{2\,\pi}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{g}{\omega\,V_0}\right) = \frac{1}{2\,\pi}\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2} = 0,074$$

Задача 2/2. Груз, подвешенный к потолку на невесомой пружине, может совершать вертикальные гармонические колебания с периодом T. Колебания возбудили, поместив груз в положение, в котором пружина не деформирована, и сообщив ему направленную вверх скорость $V_0 = g\,/(2\,\omega)$, где g — ускорение свободного падения, $\omega = 2\pi/T$ — круговая частота колебаний. Найдите время τ, прошедшее от начала движения до момента, когда абсолютная величина скорости груза стала максимальной. Ответ выразите в виде отношения $X = \tau/T$, округлённого до тысячных.

Ответ:

$$X = \frac{1}{2\,\pi}\,\left(\pi - \mathrm{arctg}\left(\frac{g}{\omega V_0}\right)\right) = 0,324$$

Задача 2/3. Груз, подвешенный к потолку на невесомой пружине, может совершать вертикальные гармонические колебания с периодом T. Колебания возбудили, поместив груз в положение, в котором удлинение пружины в два раза больше, чем в положении равновесия, и сообщив ему направленную вниз скорость $V_0 = 2\,g/\omega$, где g — ускорение свободного падения, $\omega = 2\pi/T$ — круговая частота колебаний. Найдите время τ, прошедшее от начала движения до момента, когда длина пружины стала максимальной. Ответ выразите в виде отношения $X = \tau/T$, округлённого до тысячных.

Ответ:

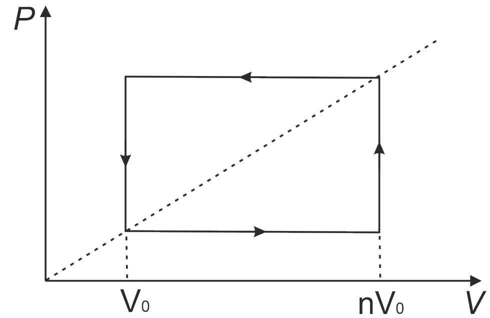
$$X = \frac{1}{2\,\pi}\,\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{g}{\omega V_0}\right)\right) = 0,176$$

Задача 2/4. Груз, подвешенный к потолку на невесомой пружине, может совершать вертикальные гармонические колебания с периодом T. Колебания возбудили, поместив груз в положение, в котором удлинение пружины в полтора раза больше, чем в положении равновесия, и сообщив ему направленную вверх скорость $V_0 = g/(3\,\omega)$, где g — ускорение свободного падения, $\omega = 2\pi/T$ — круговая частота колебаний. Найдите время τ, прошедшее от начала движения до момента, когда длина пружины стала минимальной. Ответ выразите в виде отношения $X = \tau/T$, округлённого до тысячных.

Ответ:

$$X = \frac{1}{2\,\pi}\,\left(\frac{\pi}{2} + \mathrm{arctg}\left(\frac{g}{2\,\omega V_0}\right)\right) = 0,406$$

Задача 3/1. Цикл работы холодильной машины (рабочее тело – идеальный газ с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $c_v = 20 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$) состоит из двух изохор и двух изобар (см. рисунок). Найдите отношение тепла, полученного газом, к работе над ним за цикл. Отношение максимального объема газа к минимальному $n = 2$. Ответ приведите в процентах, округлив до целых.



Возможное решение

Обозначим минимальное давление в цикле как P_0, а максимальное P_{max}. Пронумеруем точки цикла против часовой стрелки следующим образом: изобарический процесс с увеличением объема от V_0 до nV_0 – процесс $1-2$, изохорический процесс с увеличением давления от P_0 до P_{max} – процесс $2-3$, изобарический процесс с уменьшением объема от nV_0 до V_0 – процесс $3-4$, изохорический процесс с уменьшением давления от P_{max} до P_0 – процесс $4-1$. Найдем максимальное давление P_{max} в цикле из подобия прямоугольных треугольников:

$$P_0/V_0 = P_{max}/nV_0 \quad \rightarrow \quad P_{max} = nP_0\,.$$

Найдем работу над газом за цикл, как площадь прямоугольника $1-2-3-4$:

$$A = P_0V_0(n-1)^2\,.$$

Молярная теплоемкость при постоянном объеме равна $c_v = \frac{i}{2}R$. Напишем уравнение Майера: $c_p - c_v = R$, где c_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении. Количество теплоты Q будет подводится к циклу в процессах $1-2$ и $2-3$, тогда:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = \frac{c_v + R}{R}P_2V_2 - \frac{c_v + R}{R}P_1V_1 + \frac{c_v}{R}P_3V_3 - \frac{c_v}{R}P_2V_2 = \frac{c_v + R}{R}P_0V_0(n-1) + \frac{c_v}{R}P_0V_0n(n-1)\,.$$

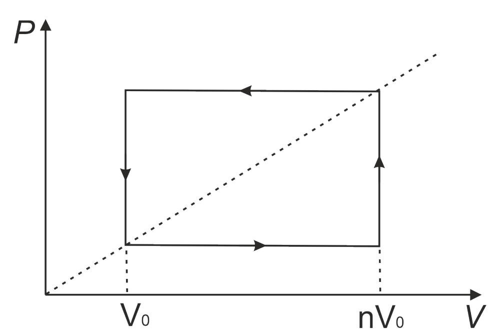
Отсюда получаем:

$$k = Q/A = \frac{\frac{c_v+R}{R}P_0V_0(n-1) + \frac{c_v}{R}P_0V_0n(n-1)}{P_0V_0(n-1)^2} = \frac{c_v + R}{R}\frac{1}{n-1} + \frac{c_v}{R}\frac{n}{n-1} = \frac{c_v(n+1) + R}{R(n-1)} \approx 8{,}22 \quad \rightarrow \quad k \approx 822\%\,.$$

Ответ:

$$k = 822\%$$

Задача 3/2. Цикл работы холодильной машины (рабочее тело – идеальный газ с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $c_v = 15 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$) состоит из двух изохор и двух изобар (см. рисунок). Найдите отношение тепла, полученного газом, к работе над ним за цикл. Отношение максимального объема газа к минимальному $n = 3$. Ответ приведите в процентах, округлив до целых.

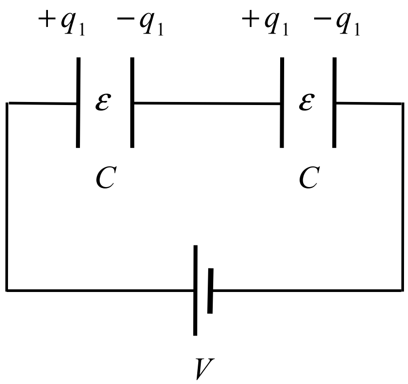


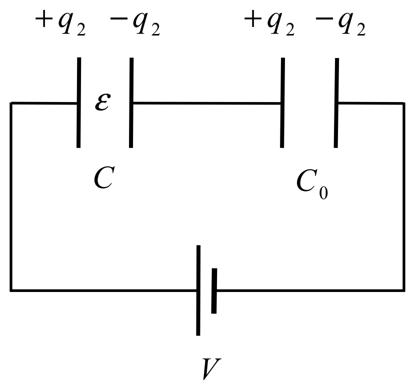
Ответ:

$$k = 411\%$$

Задача 4/1. В плоский конденсатор введена пластина из диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon = 3$. Пластина заполняет всё пространство между обкладками. Ёмкость конденсатора с пластиной $C = 1,5$ мкФ. Два таких конденсатора соединены последовательно и подключены к батарее с эдс $V = 12$ В. Найдите минимальную работу A, необходимую для удаления пластины из одного конденсатора. Ответ выразите в микроджоулях. Силу тяжести и трение не учитывайте.

Возможное решение





До удаления пластины напряжение на каждом конденсаторе равно $V/2$. Начальный заряд конденсаторов равен:

$$q_1 = \frac{C\,V}{2}\,.$$

После удаления пластины из одного конденсатора его ёмкость уменьшается в ε раз:

$$C_0 = \frac{C}{\varepsilon}\,.$$

Найдём конечный заряд конденсаторов q_2:

$$V = \frac{q_2}{C} + \frac{q_2}{C_0} = \frac{q_2\,(\,\varepsilon + 1\,)}{C} \quad \to \quad q_2 = \frac{C\,V}{\varepsilon + 1}\,.$$

Будем считать, что пластина выдвигается очень медленно. В этом случае искомая работа внешних сил A будет минимальной, поскольку можно пренебречь потерями энергии на выделение тепла и излучение. Запишем уравнение баланса энергии в цепи для этого случая:

$$W_2 - W_1 = A + A'\,.$$

Здесь W_1 и W_2 — начальная и конечная энергии конденсаторов, A' — работа батареи. Для энергий имеем:

$$W_1 = 2 \cdot \frac{C\,(\,V/2\,)^2}{2} = \frac{C\,V^2}{4}\,,$$

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2\,C} + \frac{q_2^2}{2\,C_0} = \frac{q_2^2\,(\,\varepsilon + 1\,)}{2\,C} = \frac{C\,V^2}{2\,(\,\varepsilon + 1\,)}\,,$$

$$W_2 - W_1 = \frac{C\,V^2}{2\,(\,\varepsilon + 1\,)} - \frac{C\,V^2}{4} = -\frac{C\,V^2}{4}\left(1 - \frac{2}{\varepsilon + 1}\right) = -\frac{C\,V^2\,(\,\varepsilon - 1\,)}{4\,(\,\varepsilon + 1\,)}\,.$$

Работа батареи равна:

$$A' = (\,q_2 - q_1\,)\,V = \left(\frac{C\,V}{\varepsilon + 1} - \frac{C\,V}{2}\right)V = -\frac{C\,V^2}{2}\left(1 - \frac{2}{\varepsilon + 1}\right) = -\frac{C\,V^2\,(\,\varepsilon - 1\,)}{2\,(\,\varepsilon + 1\,)}\,.$$

Окончательно получаем:

$$A = W_2 - W_1 - A' = -\frac{C\,V^2\,(\,\varepsilon - 1\,)}{4\,(\,\varepsilon + 1\,)} + \frac{C\,V^2\,(\,\varepsilon - 1\,)}{2\,(\,\varepsilon + 1\,)} = \frac{C\,V^2\,(\,\varepsilon - 1\,)}{4\,(\,\varepsilon + 1\,)}\,.$$

Подставим числовые значения:

$$A = \frac{1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 144 \cdot 2}{4 \cdot 4} = 27 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 27\ \text{мкДж}\,.$$

Ответ:

$$A = \frac{C\,V^2\,(\,\varepsilon - 1\,)}{4\,(\,\varepsilon + 1\,)} = 27\ \text{мкДж}$$

Задача 4/2. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C = 0,25$ мкФ каждый соединены последовательно и подключены к батарее с эдс $\varepsilon = 24$ В. Найдите минимальную работу A, необходимую для увеличения расстояния между пластинами одного конденсатора в $k = 3$ раза. Ответ выразите в микроджоулях.

Ответ:

$$A = \frac{C\,\varepsilon^2\,(\,k-1\,)}{4\,(\,k+1\,)} = 18 \text{ мкДж}$$

Задача 5/1. Металлические «часы» представляют собой окружность радиуса $R = 10$ см с металлическими стрелками A и B, которые касаются окружности и имеют общую металлическую ось вращения. Стрелки A и B имеют равную длину R и вращаются с угловыми скоростями $\omega_1 = 1$ с$^{-1}$ и $\omega_2 = 10$ с$^{-1}$ соответственно. «Часы» находятся в магнитном поле $B = 0{,}1$ Тл, перпендикулярном плоскости вращения. Найти модуль разности потенциалов между серединами стрелок A и B. Ответ выразить в мВ, округлив до десятых.

Возможное решение

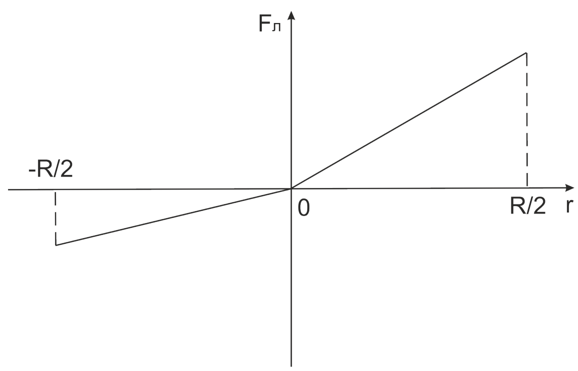
Напишем проекцию вдоль стрелки силы Лоренца действующую на произвольный заряд на стрелке:

$$F_{л} = qvB\,,$$

где v – скорость заряда q. Скорость заряда выразим через угловую скорость и подставим в выражение для проекции силы Лоренца:

$$F_{л} = q\omega rB\,,$$

где r – расстояние от оси вращения до зарядов на стрелках. Найдем суммарную работу проекции силы Лоренца по перемещению заряда из середины стрелки A до оси вращения A_{AO} и от оси вращения до середины стрелки B – A_{OB}. Работа проекции силы Лоренца будет меняться линейно при движении заряда по стрелкам и при переходе со стрелки A на стрелку B поменяет знак. Изменение проекции силы Лоренца изобразим в виде графика. Тогда работа по перемещению



заряда будет равна площади под графиком:

$$A = A_{AO} + A_{OB} = -q\omega_1 B\frac{R^2}{8} + q\omega_2 B\frac{R^2}{8} = q(\omega_2 - \omega_1)B\frac{R^2}{8}\,.$$

Отсюда находим разность потенциалов между между серединами стрелок A и B:

$$\Delta\phi = \frac{A}{q} = (\omega_2 - \omega_1)B\frac{R^2}{8} \approx 1{,}1 \text{ мВ}\,.$$

Ответ:

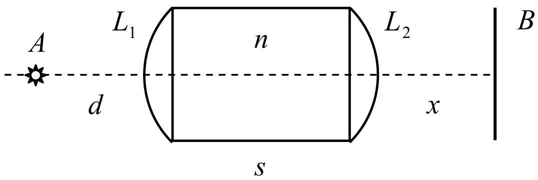
$$\Delta\phi = 1{,}1 \text{ мВ}$$

Задача 5/2. Металлические «часы» представляют собой окружность радиуса $R = 10$ см с металлическими стрелками A и B, которые касаются окружности и имеют общую металлическую ось вращения. Стрелки A и B имеют равную длину R и вращаются с угловыми скоростями $\omega_1 = 1$ с$^{-1}$ и $\omega_2 = 5$ с$^{-1}$ соответственно. «Часы» находятся в магнитном поле $B = 0{,}2$ Тл, перпендикулярном плоскости вращения. Найти модуль разности потенциалов между серединами стрелок A и B. Ответ выразить в мВ, округлив до десятых.

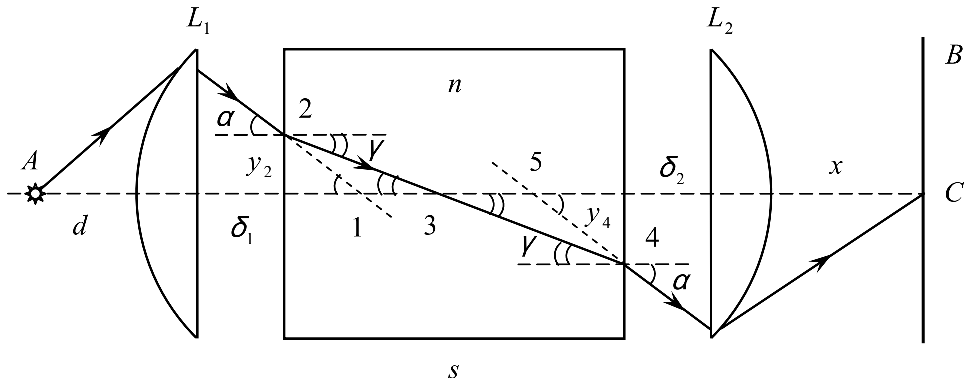
Ответ:

$$\Delta\phi = 1{,}0 \text{ мВ}$$

Задача 6/1. Круговой цилиндр длиной $s = 65$ см закрыт с торцов тонкими плосковыпуклыми линзами L_1 и L_2, обращёнными плоскими сторонами внутрь цилиндра. Главные оптические оси линз совпадают с осью цилиндра, фокусные расстояния линз в воздухе $F_1 = 16$ см и $F_2 = 10$ см. Внутри цилиндр заполнен водой. Показатель преломления воды относительно воздуха $n = 1{,}33$. На оси цилиндра, на расстоянии $d = 40$ см от линзы L_1, расположен точечный источник света A, изображение которого получено на экране B. Найдите расстояние x между линзой L_2 и экраном. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.



Возможное решение



Пусть луч света, испущенный источником A вдоль главной оптической оси линз, попадает в точку C экрана. Рассмотрим произвольный луч, испущенный источником под малым углом к оптической оси. Требуется подобрать расстояние x между экраном и линзой L_2 так, чтобы этот луч также попал в точку C. Тогда точка C будет изображением источника. Будем считать, что плоские стороны линз и торцы цилиндра с водой разделены узкими воздушными промежутками, ширины которых равны δ_1 и δ_2. В конечных результатах эти величины следует положить равными нулю. Рассмотрим прохождение луча через линзу L_1. Если бы за линзой не было воды, то луч пересёк бы главную оптическую ось в точке 1. Из-за дополнительного преломления в точке 2, лежащей на левой границе раздела воздуха и воды, луч пересечёт ось в точке 3. Обозначим через f_1 и f_3 расстояния от плоской поверхности линзы L_1 до точек 1 и 3. Расстояния от этих точек до левой границы раздела воздуха и воды равны $f_1 - \delta_1$ и $f_3 - \delta_1$. Запишем формулу линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}\,.$$

Рассмотрим преломление в точке 2. Обозначим через α и γ углы падения и преломления. По закону преломления имеем:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n\,.$$

Угол α следует считать малым, поскольку только в этом случае справедлива стандартная формула линзы. Из закона преломления следует, что угол γ также мал. Заменяя синусы на углы, получаем:

$$\frac{\alpha}{\gamma} = n\,.$$

Обозначим через y_2 расстояние от оптической оси до точки 2. Тогда

$$\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha = \frac{y_2}{f_1 - \delta_1}\,, \quad \gamma \approx \mathrm{tg}\gamma = \frac{y_2}{f_3 - \delta_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{f_3 - \delta_1}{f_1 - \delta_1} = n\,.$$

Положим здесь $\delta_1 = 0$, выразим f_1 через f_3, подставим в формулу линзы и найдём f_3:

$$\frac{f_3}{f_1} = n \quad \longrightarrow \quad f_1 = \frac{f_3}{n}\,,$$

$$\frac{1}{d}+\frac{n}{f_3}=\frac{1}{F_1} \quad\longrightarrow\quad f_3=\frac{n\,d\,F_1}{d-F_1}=\frac{1{,}33\cdot 40\text{ см}\cdot 16\text{ см}}{24\text{ см}}=35{,}5\text{ см}\,.$$

Положение точки 3 одинаково для всех лучей, испущенных источником под малыми углами к оптической оси. Поэтому в этой точке будет первое изображение. Неравенство $f_3<s$ означает, что точка 3 расположена внутри цилиндра с водой. Расстояние от этой точки до правой границы раздела воздуха и воды равно $s-f_3$.

После прохождения точки 3 луч попадает в точку 4, лежащую на правой границе раздела воздуха и воды. Угол падения на эту границу равен γ, поэтому угол преломления будет α. Луч, вышедший в воздушный промежуток шириной δ_2, падает на линзу L_2 и, преломившись в ней, попадает в точку C. Продолжение падающего луча пересекает оптическую ось в точке 5. Обозначим через f_5 расстояние от этой точки до плоской поверхности линзы L_2. Тогда расстояние до правой границы раздела воздуха и воды равно $f_5-\delta_2$. Запишем формулу линзы, считая, что источник света находится в точке 5, а изображение в точке C:

$$\frac{1}{f_5}+\frac{1}{x}=\frac{1}{F_2}\,.$$

Обозначим через y_4 расстояние от оптической оси до точки 4. Тогда

$$\alpha\approx\operatorname{tg}\alpha=\frac{y_4}{f_5-\delta_2}\,,\quad \gamma\approx\operatorname{tg}\gamma=\frac{y_4}{s-f_3}\,,$$

$$\frac{\alpha}{\gamma}=n\quad\longrightarrow\quad\frac{s-f_3}{f_5-\delta_2}=n\,.$$

Положим здесь $\delta_2=0$, выразим f_5 через f_3, подставим в формулу линзы и найдём x:

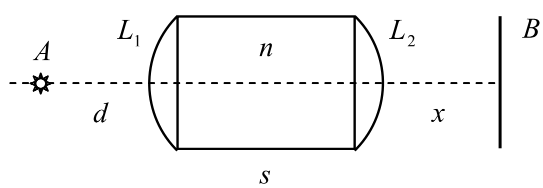
$$f_5=\frac{s-f_3}{n}\,,\quad \frac{n}{s-f_3}+\frac{1}{x}=\frac{1}{F_2}\,,$$

$$x=\frac{F_2\,(s-f_3)}{s-f_3-n\,F_2}=\frac{10\text{ см}\cdot 29{,}5\text{ см}}{29{,}5\text{ см}-1{,}33\cdot 10\text{ см}}=18{,}2\text{ см}\,.$$

Ответ:

$$x=18{,}2\text{ см}$$

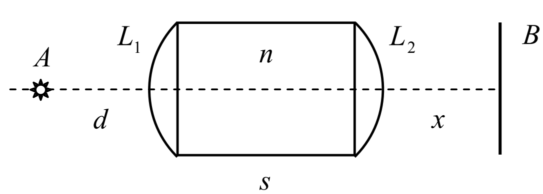
Задача 6/2. Круговой цилиндр длиной $s=40$ см закрыт с торцов тонкими плосковыпуклыми линзами L_1 и L_2, обращёнными плоскими сторонами внутрь цилиндра. Главные оптические оси линз совпадают с осью цилиндра, фокусные расстояния линз в воздухе $F_1=20$ см и $F_2=30$ см. Внутри цилиндр заполнен водой. Показатель преломления воды относительно воздуха $n=1{,}33$. На оси цилиндра, на расстоянии $d=32$ см от линзы L_1, расположен точечный источник света A, изображение которого получено на экране B. Найдите расстояние x между линзой L_2 и экраном. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.



Ответ:

$$x=13{,}1\text{ см}$$

Задача 6/3. Круговой цилиндр длиной $s=20$ см закрыт с торцов тонкими плосковыпуклыми линзами L_1 и L_2, обращёнными плоскими сторонами внутрь цилиндра. Главные оптические оси линз совпадают с осью цилиндра, фокусные расстояния линз в воздухе $F_1=40$ см и $F_2=12$ см. Внутри цилиндр заполнен водой. Показатель преломления воды относительно воздуха $n=1{,}33$. На оси цилиндра, на расстоянии $d=10$ см от линзы L_1, расположен точечный источник света A, изображение которого получено на экране B. Найдите расстояние x между линзой L_2 и экраном. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.

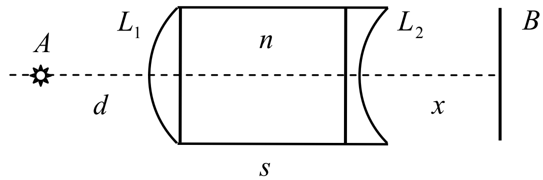


Ответ:

$$x=20{,}8\text{ см}$$

Задача 6/4.

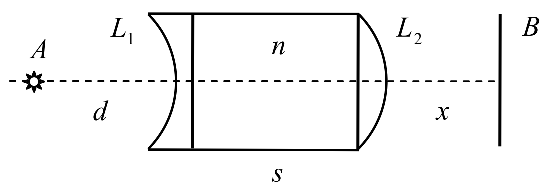
Круговой цилиндр длиной $s = 62$ см закрыт с торцов плосковыпуклой линзой L_1 и плосковогнутой линзой L_2. Плоские стороны линз обращены внутрь цилиндра, главные оптические оси совпадают с осью цилиндра, фокусные расстояния линз в воздухе $F_1 = 25$ см и $F_2 = 15$ см. Внутри цилиндр заполнен водой. Показатель преломления воды относительно воздуха $n = 1{,}33$. На оси цилиндра, на расстоянии $d = 45$ см от линзы L_1, расположен точечный источник света A, изображение которого получено на экране B. Найдите расстояние x между линзой L_2 и экраном. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.



Ответ:

$$x = 26{,}9 \text{ см}$$

Задача 6/5. Круговой цилиндр длиной $s = 26$ см закрыт с торцов плосковогнутой линзой L_1 и плосковыпуклой линзой L_2. Плоские стороны линз обращены внутрь цилиндра, главные оптические оси совпадают с осью цилиндра, фокусные расстояния линз в воздухе $F_1 = 30$ см и $F_2 = 10$ см. Внутри цилиндр заполнен водой. Показатель преломления воды относительно воздуха $n = 1{,}33$. На оси цилиндра, на расстоянии $d = 15$ см от линзы L_1, расположен точечный источник света A, изображение которого получено на экране B. Найдите расстояние x между линзой L_2 и экраном. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.



Ответ:

$$x = 15{,}1 \text{ см}$$