Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2024

Отборочный этап. 9 класс

Задача 1 / 1. Автомобиль нарушителя, двигаясь по прямолинейному участку шоссе с постоянной скоростью $V = 90$ км/ч, проехал мимо стоявшей на обочине полицейской машины. Спустя время $\tau = 15$ с полиция начала преследовать нарушителя и, двигаясь равноускоренно, догнала его, пройдя расстояние $L = 1{,}7$ км. Найдите ускорение a, с которым двигалась полицейская машина. Ответ выразите в м/с^2 и округлите до десятых.

Возможное решение

Обозначим через t время, за которое полиция догнала нарушителя. За это время автомобиль нарушителя, двигаясь с постоянной скоростью V, прошёл расстояние L:

$$L = Vt \quad \longrightarrow \quad t = \frac{L}{V}\,.$$

Полицейская машина двигалась равноускоренно в течение времени $(t - \tau)$ и за это время также прошла расстояние L:

$$L = \frac{a\,(t-\tau)^2}{2}\,.$$

Подставляя сюда значение t, находим ускорение полицейской машины:

$$L = \frac{a}{2}\left(\frac{L}{V} - \tau\right)^2 = \frac{a\,(L - V\tau)^2}{2\,V^2} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{2\,V^2\,L}{(L - V\tau)^2} = 1{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:

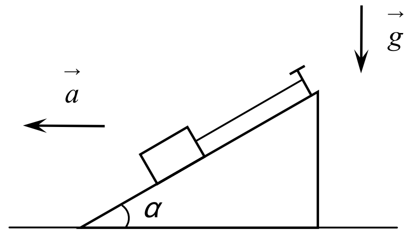
$$a = \frac{2\,V^2\,L}{(L - V\tau)^2} = 1{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Задача 1 / 2. Автомобиль нарушителя, двигаясь по прямолинейному участку шоссе с постоянной скоростью $V_1 = 90$ км/ч, проехал мимо стоявшей на обочине полицейской машины. Спустя время $\tau = 10$ с полиция начала преследовать нарушителя и, двигаясь равноускоренно, догнала его, пройдя расстояние $L = 1{,}4$ км. Найдите скорость V_2 полицейской машины в момент, когда она догнала автомобиль нарушителя. Ответ выразите в км/ч и округлите до целого значения.

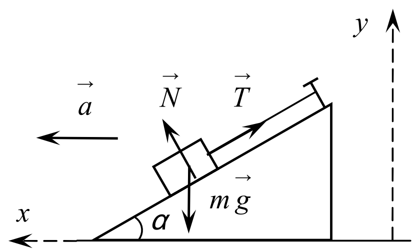
Ответ:

$$V_2 = \frac{2\,V_1\,L}{L - V_1\tau} = 219 \text{ км/ч}\,.$$

Задача 2 / 1. На гладкой наклонной грани клина, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, лежит брусок, прикреплённый к верхушке клина невесомой нитью, параллельной грани. Клин начинают разгонять с горизонтальным ускорением, абсолютная величина которого зависит от времени по закону $a = k\,t$, где $k = 0{,}9$ м/с^3. Найдите, через какое время τ брусок начнёт скользить по клину. Ответ выразите в секундах и округлите до десятых. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение



Рассмотрим движение бруска в неподвижной системе отсчёта, связанной с горизонтальной поверхностью, по которой движется клин. Запишем второй закон Ньютона для бруска, считая, что он неподвижен относительно клина:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}\,,$$

m — масса бруска, $\vec{N}$ — сила нормальной реакции со стороны клина, $\vec{T}$ — сила натяжения нити. Направим ось x параллельно ускорению клина, а ось y вертикально вверх. В проекциях на эти оси получаем:

$$m\,a = N\,\sin\alpha - T\,\cos\alpha\,, \qquad 0 = -m\,g + N\,\cos\alpha + T\,\sin\alpha\,.$$

Из этих уравнений нетрудно найти силы T и N:

$$N = m\,(\,g\,\cos\alpha + a\,\sin\alpha\,)\,, \qquad T = m\,(\,g\,\sin\alpha - a\,\cos\alpha\,)\,.$$

Как видно, с ростом ускорения сила N увеличивается, а сила T уменьшается, в некоторый момент времени τ обращается в нуль и в дальнейшем становится отрицательной. Формально это означает, что при $t > \tau$ нить сжата, чего не может быть (нить может только растягиваться). Реально равенство $T = 0$ является условием начала скольжения бруска по клину. Отсюда находим время τ:

$$T = 0 \quad \longrightarrow \quad g\,\sin\alpha - k\,\tau\,\cos\alpha = 0\,,$$

$$\tau = \frac{g\,\operatorname{tg}\alpha}{k} = 6{,}4 \text{ с}\,.$$

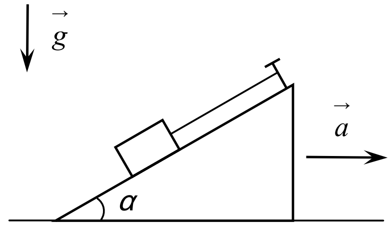
Ответ:

$$\tau = \frac{g\,\operatorname{tg}\alpha}{k} = 6{,}4 \text{ с}\,.$$

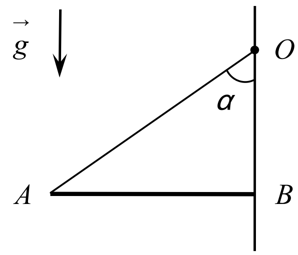
Задача 2 / 2. На гладкой наклонной грани клина, образующей с горизонтом угол $\alpha = 60^\circ$, лежит брусок, прикреплённый к верхушке клина невесомой нитью, параллельной грани. Клин начинают разгонять с горизонтальным ускорением, абсолютная величина которого зависит от времени по закону $a = k\,t$, где $k = 1{,}2$ м/с^3. Найдите, через какое время τ сила давления бруска на клин обратится в нуль. Ответ выразите в секундах и округлите до десятых. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Ответ:

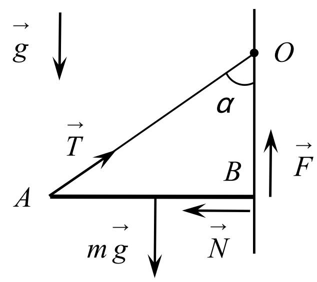
$$\tau = \frac{g\,\operatorname{ctg}\alpha}{k} = 4{,}8 \text{ с}\,.$$



Задача 3 / 1. Тонкий однородный горизонтальный стержень AB упирается правым концом в вертикальную стенку. К левому концу стержня привязана невесомая нить, закреплённая на стенке в точке O. Угол между нитью и стенкой $\alpha = 60°$. Найдите минимальное значение коэффициента трения μ между правым концом стержня и стенкой, при котором стержень будет оставаться в равновесии. Ответ округлите до сотых.



Возможное решение



На стержень действует сила тяжести, приложенная к середине стержня, и сила натяжения нити $\overrightarrow{T}$. Кроме того, со стороны стенки на правый конец стержня действует сила нормальной реакции $\overrightarrow{N}$ и сила трения покоя $\overrightarrow{F}$. Сила $\overrightarrow{N}$ направлена вдоль стержня, сила $\overrightarrow{F}$ — вдоль стенки к точке O (на рисунке векторы этих сил немного смещены). Обозначим через L длину стержня и через h длину отрезка OB:

$$L = AB\,, \quad h = OB = L\operatorname{ctg}\alpha\,.$$

Запишем условие равенства нулю алгебраической суммы моментов сил относительно точек O и A:

$$N\,h - m\,g\,\frac{L}{2} = 0 \quad \longrightarrow \quad N = \frac{m\,g}{2}\cdot\frac{L}{h} = \frac{m\,g}{2}\operatorname{tg}\alpha\,,$$

$$m\,g\,\frac{L}{2} - F\,L = 0 \quad \longrightarrow \quad F = \frac{m\,g}{2}\,.$$

Сила трения покоя удовлетворяет условию:

$$F \le \mu\,N\,.$$

Отсюда получаем значения коэффициента трения, при которых стержень будет оставаться в равновесии:

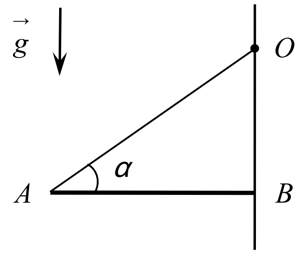
$$\frac{m\,g}{2} \le \mu\,\frac{m\,g}{2}\operatorname{tg}\alpha \quad \longrightarrow \quad \mu \ge \operatorname{ctg}\alpha\,.$$

Минимальное значение коэффициента трения равно:

$$\mu = \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}58\,.$$

Ответ:

$$\mu = \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{3\sqrt{3}} = 0{,}58\,.$$



Задача 3 / 2. Тонкий однородный горизонтальный стержень AB упирается правым концом в вертикальную стенку. К левому концу стержня привязана невесомая нить, закреплённая на стенке в точке O. Коэффициент трения между правым концом стержня и стенкой $\mu = 0{,}25$. Найдите максимальное значение угла α между нитью и стержнем, при котором стержень будет оставаться в равновесии. Ответ выразите в градусах и округлите до целого значения.

Ответ:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \mu = 14^\circ\,.$$

Задача 4 / 1. В калориметр, содержащий воду массой $m_1 = 1$ кг при температуре $t_1 = 20$ °C, положили кусок льда массой $m_2 = 0{,}4$ кг при температуре $t_2 = -50$ °C. Найдите массу M льда, образовавшегося в калориметре после установления теплового равновесия. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4{,}2$ кДж/(кг °C), удельная теплоёмкость льда $C_2 = 2{,}1$ кДж/(кг °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в килограммах и округлите до сотых.

Возможное решение

Выясним, что будет находиться в калориметре после установления теплового равновесия. Охлаждаясь от температуры t_1 до 0 °C, вода может отдать количество теплоты

$$Q_1 = m_1 C_1 t_1 = 84 \text{ кДж}.$$

Количество теплоты, необходимое для нагревания льда от температуры t_2 до 0 °C, равно:

$$Q_2 = m_2 C_2 (-t_2) = 42 \text{ кДж}.$$

Так как $Q_1 > Q_2$, лёд нагреется до 0 °C и начнёт таять. На таяние может пойти количество теплоты, равное разности $(Q_1 - Q_2) = 42$ кДж. Выясним, растает ли весь лёд. Для этого необходимо затратить количество теплоты

$$Q_3 = m_2 \lambda = 132 \text{ кДж}.$$

Эта величина больше, чем разность $(Q_1 - Q_2)$. Поэтому растает только часть льда. Таким образом, в конечном состоянии в калориметре образуется смесь воды и льда при температуре 0 °C. Найдём массу растаявшего льда m_3:

$$Q_1 - Q_2 = m_3 \lambda \quad \longrightarrow \quad m_3 = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda}.$$

Масса льда, оставшегося в калориметре, равна:

$$M = m_2 - m_3 = m_2 - \frac{m_1 C_1 t_1 + m_2 C_2 t_2}{\lambda} = 0{,}27 \text{ кг}.$$

Ответ:

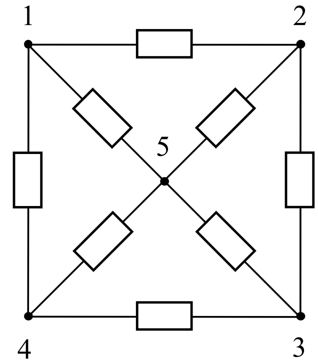
$$M = m_2 - \frac{m_1 C_1 t_1 + m_2 C_2 t_2}{\lambda} = 0{,}27 \text{ кг}.$$

Задача 4 / 2. В калориметр, содержащий воду массой $m_1 = 0{,}5$ кг при температуре $t_1 = 10$ °C, положили кусок льда массой $m_2 = 1$ кг при температуре $t_2 = -40$ °C. Найдите массу M воды, образовавшейся в калориметре после установления теплового равновесия. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4{,}2$ кДж/(кг °C), удельная теплоёмкость льда $C_2 = 2{,}1$ кДж/(кг °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в килограммах и округлите до сотых.

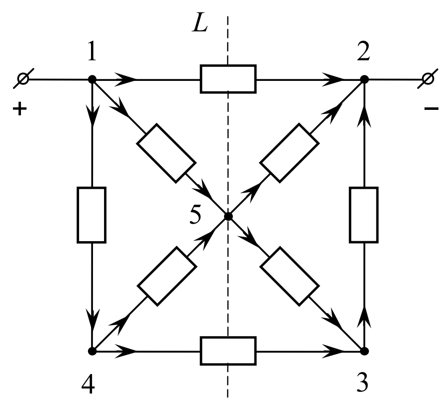
Ответ:

$$M = m_1 + \frac{m_1 C_1 t_1 + m_2 C_2 t_2}{\lambda} = 0{,}31 \text{ кг}.$$

Задача 5 / 1. Плоский каркас собран из восьми одинаковых сопротивлений, соединённых в точках 1 — 5. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за точки 1 и 2. Найдите отношение $x = I_{23}/I_{15}$, где I_{23} и I_{15} — силы токов, текущих на участках 2–3 и 1–5.



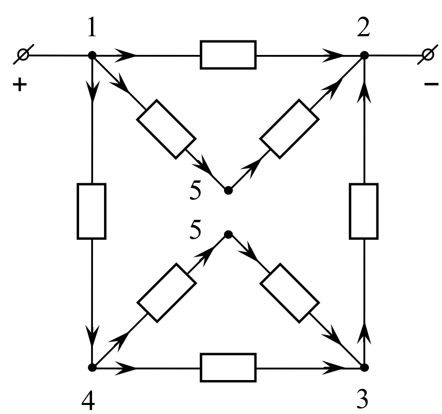
Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключён к точке 1, а отрицательный к точке 2. Рассматриваемая схема зеркально симметрична относительно прямой L, проходящей через точку 5. Поэтому распределение токов также зеркально симметрично. Это означает, что выполняются следующие равенства:

$$I_{15} = I_{25}\,, \quad I_{45} = I_{35}\,.$$

Здесь нижние индексы указывают участки, по которым текут соответствующие токи. В силу этих равенств можно разъединить точку 5. В результате получаем упрощённую схему.



Обозначим через R каждое из исходных сопротивлений. В получившейся схеме треугольник 453 состоит из сопротивлений R и $2\,R$, соединённых параллельно. Общее сопротивление этого треугольника равно:

$$\frac{R \cdot 2\,R}{R + 2\,R} = \frac{2\,R}{3}\,.$$

Сопротивление участка 1–4–3–2 равно:

$$R + \frac{2\,R}{3} + R = \frac{8\,R}{3}\,.$$

Для силы тока, текущего по участку 2–3, получаем:

$$I_{23} = \frac{V}{8\,R/3} = \frac{3\,V}{8\,R}\,,$$

V — напряжение, поданное на точки 1 и 2. Общее сопротивление участка 1–5–2 равно $2\,R$. Для силы тока, текущего по участку 1–5, имеем:

$$I_{15} = \frac{V}{2\,R}\,.$$

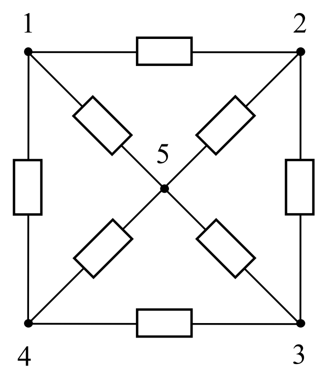
Отношение сил токов:

$$x = \frac{I_{23}}{I_{15}} = \frac{3\,V}{8\,R} \cdot \frac{2\,R}{V} = \frac{3}{4} = 0{,}75\,.$$

Ответ:

$$x = 0{,}75\,.$$

Задача 5 / 2. Плоский каркас собран из восьми одинаковых сопротивлений, соединённых в точках 1 — 5. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за точки 1 и 2. Найдите отношение $x = I_{14}/I_{35}$, где I_{14} и I_{35} — силы токов, текущих на участках 1–4 и 3–5.



Ответ:

$$x = 3\,.$$