Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2024

Отборочный этап. 11 класс

Задача 1 / 1. Ядро N_1, движущееся с импульсом p_0, упруго сталкивается с неподвижным ядром N_2 и отклоняется от направления своего первоначального движения на угол $\vartheta = 30°$. Отношение масс ядер $n = m_1/m_2 = 4/3$. Найдите отношение $x = (p_1 - p_1')/p_0$, где p_1 и p_1' — возможные значения импульса отклонившегося ядра N_1, совместимые с законами сохранения импульса и энергии ($p_1 > p_1'$). Ответ округлите до сотых.

Возможное решение

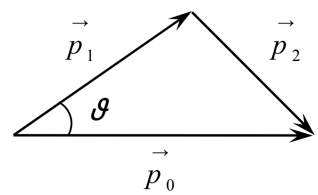
Запишем закон сохранения энергии для упругого столкновения:

$$\frac{p_0^2}{2m_1} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} \quad \longrightarrow \quad p_0^2 = p_1^2 + n\,p_2^2\,,$$

p_1 и p_2 — модули конечных импульсов ядер N_1 и N_2. Исключим p_2, воспользовавшись законом сохранения импульса:

$$\overrightarrow{p_0} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}\,.$$

Представим это равенство в виде треугольника с углом ϑ между векторами $\overrightarrow{p_0}$ и $\overrightarrow{p_1}$.



По теореме косинусов

$$p_2^2 = p_0^2 + p_1^2 - 2\,p_0\,p_1\,\cos\vartheta\,.$$

Подставляя это выражение в уравнение баланса энергии, получаем квадратное уравнение для безразмерного отношения p_1/p_0:

$$p_0^2 = p_1^2 + n\,(p_0^2 + p_1^2 - 2\,p_0\,p_1\,\cos\vartheta)\,,$$

$$(n+1)\,p_1^2 - 2\,n\,p_0\,p_1\,\cos\vartheta + (n-1)\,p_0^2 = 0\,,$$

$$(n+1)\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^2 - 2\,n\,\frac{p_1}{p_0}\,\cos\vartheta + (n-1) = 0\,.$$

Дискриминант уравнения равен:

$$D = 4\,n^2\cos^2\vartheta - 4\,(n+1)\,(n-1) = 4\,(n^2\cos^2\vartheta - n^2 + 1) = 4\,(1 - n^2\sin^2\vartheta)\,.$$

Больший и меньший корни:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\,n\,\cos\vartheta + \sqrt{D}}{2\,(n+1)} = \frac{n\,\cos\vartheta + \sqrt{1 - n^2\sin^2\vartheta}}{n+1}\,,$$

$$\frac{p_1'}{p_0} == \frac{n\,\cos\vartheta - \sqrt{1 - n^2\sin^2\vartheta}}{n+1}\,.$$

Разность корней:

$$x = \frac{p_1 - p_1'}{p_0} = \frac{2}{n+1}\,\sqrt{1 - n^2\sin^2\vartheta} = 0{,}64\,.$$

Ответ:

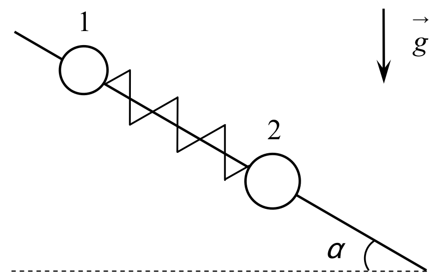
$$x = \frac{2}{n+1}\,\sqrt{1 - n^2\sin^2\vartheta} = 0{,}64\,.$$

Задача 1 / 2. Ядро N_1, движущееся с кинетической энергией K_0, упруго сталкивается с неподвижным ядром N_2. Массы ядер удовлетворяют неравенству $m_1 > m_2$. В результате столкновения ядро N_1 отклоняется от направления своего первоначального движения на угол, при котором его кинетическая энергия K_1 может принимать единственное значение, совместимое с законами сохранения импульса и энергии: $K_1 = nK_0$, где $n = 1/6$. Найдите отношение масс ядер $x = m_1/m_2$.

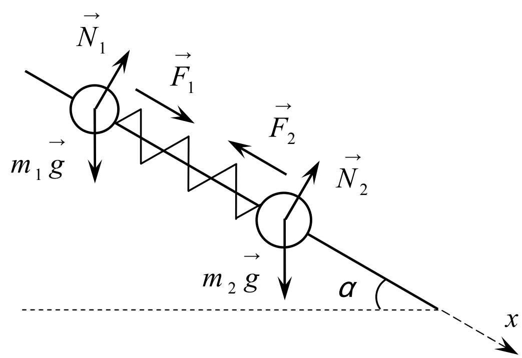
Ответ:

$$x = \frac{1+n}{1-n} = 1{,}4\,.$$

Задача 2 / 1. Длинный тонкий стержень закреплён под углом $\alpha = \arcsin(1/10)$ к горизонту. По стержню могут скользить без трения шарики 1 и 2, соединённые невесомой пружиной. Отношение масс шариков $n = m_2/m_1 = 4/3$. Сначала шарик 1 удерживают неподвижно, колебаний нет, удлинение пружины равно $x_0 = 5$ см. Затем шарик 1 отпускают без толчка и вся система начинает двигаться. Найдите, через какое время τ расстояние между шариками станет минимальным. Ответ выразите в секундах и округлите до сотых. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение



Рассмотрим движение шариков в неподвижной системе отсчёта, связанной со стержнем. На шарики действуют силы тяжести, силы $\overrightarrow{N_1}$ и $\overrightarrow{N_2}$ нормальной реакции со стороны стержня и силы упругости $\overrightarrow{F_1}$ и $\overrightarrow{F_2}$ со стороны пружины. На рисунке силы упругости показаны для случая, когда пружина растянута. Направим ось x вдоль стержня вниз и запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось:

$$m_1 a_{1x} = m_1 g \sin\alpha + F_{1x}, \qquad m_2 a_{2x} = m_2 g \sin\alpha + F_{2x},$$

a_{1x} и a_{2x} — проекции ускорений шариков на ось x, F_{1x} и F_{2x} — проекции сил упругости. Обозначим через x удлинение пружины и через k её жёсткость. Тогда

$$F_{1x} = kx, \qquad F_{2x} = -kx.$$

Например, если пружина растянута, то $x > 0$ и знаки проекций сил упругости соответствуют их направлениям, показанным на рисунке. Величина x определяет длину пружины и расстояние между центрами шариков. Поэтому рассмотрим движение шарика 2 относительно шарика 1. Ускорение $\vec{a}$ этого движения равно разности ускорений шариков относительно стержня:

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1}.$$

В проекции на ось x:

$$a_x = a_{2x} - a_{1x}.$$

Выражая a_{1x} и a_{2x} из второго закона Ньютона, получаем:

$$a_{1x} = g \sin\alpha + \frac{F_{1x}}{m_1}, \qquad a_{2x} = g \sin\alpha + \frac{F_{2x}}{m_2},$$

$$a_x = \frac{F_{2x}}{m_2} - \frac{F_{1x}}{m_1} = -kx\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right).$$

Введём величину μ, которая называется приведённой массой:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad \longrightarrow \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

Тогда уравнение относительного движения шариков принимает вид:

$$a_x = -\frac{k}{\mu}\,x\,.$$

Получилось уравнение гармонических колебаний груза массы μ на пружине жёсткости k. Круговая частота колебаний равна:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}\,.$$

Поскольку начальная относительная скорость шариков равна нулю, зависимость удлинения пружины от времени определяется следующим выражением:

$$x = x_0\,\cos\omega t\,.$$

Искомое время τ соответствует минимальному значению x:

$$\cos\omega\tau = -1\,,\qquad \omega\tau = \pi\,,\qquad \tau = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}\,.$$

Выразим жёсткость пружины через x_0 из условия равновесия шарика 2 в начальный момент времени:

$$k\,x_0 = m_2\,g\,\sin\alpha \quad\longrightarrow\quad k = \frac{m_2\,g\,\sin\alpha}{x_0}\,.$$

Собирая всё вместе и вводя отношение масс $n = m_2/m_1$, получаем:

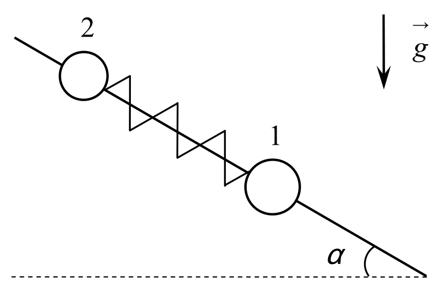
$$\tau = \pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)}\cdot\frac{x_0}{m_2\,g\,\sin\alpha}} = \pi\sqrt{\frac{m_1 x_0}{(m_1+m_2)\,g\,\sin\alpha}}\,,$$

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{x_0}{(n+1)\,g\,\sin\alpha}} = 0{,}46\ \text{с}\,.$$

Ответ:

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{x_0}{(n+1)\,g\,\sin\alpha}} = 0{,}46\ \text{с}\,.$$

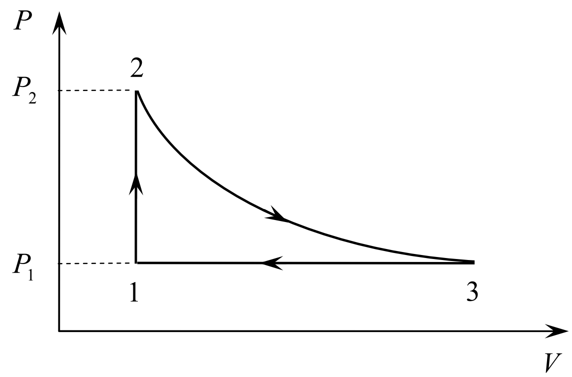
Задача 2 / 2. Длинный тонкий стержень закреплён под углом $\alpha = \arcsin(1/20)$ к горизонту. По стержню могут скользить без трения шарики 1 и 2, соединённые невесомой пружиной. Отношение масс шариков $n = m_2/m_1 = 3/5$. Сначала шарик 1 удерживают неподвижно, колебаний нет, сжатие пружины равно $x_0 = 2$ см. Затем шарик 1 отпускают без толчка и вся система начинает двигаться. Найдите, через какое время τ сжатие пружины обратится в нуль. Ответ выразите в секундах и округлите до сотых. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



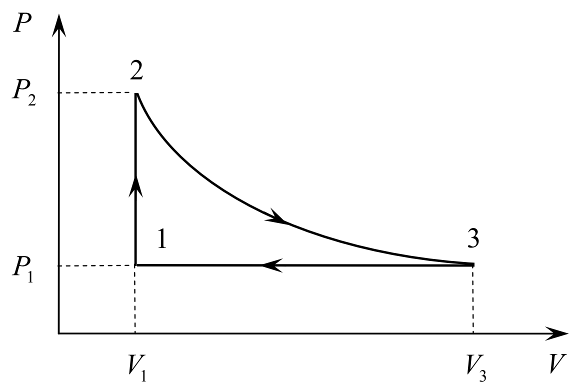
Ответ:

$$\tau = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{x_0}{(n+1)\,g\,\sin\alpha}} = 0{,}25\ \text{с}\,.$$

Задача 3 / 1. Тепловой двигатель работает по замкнутому циклу, состоящему из трёх участков. Участок 1–2 — изохорическое нагревание, 2–3 — адиабатическое расширение, 3–1 — изобарическое сжатие. Рабочим веществом является газовая смесь, состоящая из ν_1 молей гелия и ν_2 молей молекулярного азота N_2. Отношение числа молей $\alpha = \nu_1/\nu_2 = 1/5$. Известно также отношение давлений смеси в состояниях 2 и 1: $k = P_2/P_1 = 3$. Найдите КПД двигателя η. Ответ выразите в процентах и округлите до целого значения.



Возможное решение



Обозначим через ν полное число молей газовой смеси

$$\nu = \nu_1 + \nu_2$$

и рассмотрим молярные теплоёмкости смеси C_V и C_P при постоянном объёме и давлении:

$$C_V = \frac{1}{\nu}\left(\frac{3}{2}\,R\,\nu_1 + \frac{5}{2}\,R\,\nu_2\right) = \frac{3\,\nu_1 + 5\,\nu_2}{2\,(\,\nu_1 + \nu_2\,)}\,R = \frac{3\,\alpha + 5}{2\,(\,\alpha + 1\,)}\,R\,,$$

$$C_P = C_V + R = \frac{5\,\alpha + 7}{2\,(\,\alpha + 1\,)}\,R\,.$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, $\alpha = \nu_1/\nu_2$. Показатель адиабаты смеси равен:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5\,\alpha + 7}{3\,\alpha + 5}\,.$$

В рассматриваемом цикле газовая смесь получает тепло на участке 1–2:

$$Q_{\,12} = \nu\,C_V\,(\,T_2 - T_1\,) = \frac{C_V}{R}\,(\,\nu R\,T_2 - \nu R\,T_1\,) = \frac{C_V}{R}\,(\,P_2\,V_1 - P_1\,V_1\,) = \frac{C_V}{R}\,P_1\,V_1\,(\,k - 1\,)\,,$$

$k = P_2/P_1$. На участке 3–1 газовая смесь отдаёт тепло:

$$Q_{\,31} = \nu\,C_P\,(\,T_1 - T_3\,) = \frac{C_P}{R}\,(\,\nu R\,T_1 - \nu R\,T_3\,) = \frac{C_P}{R}\,(\,P_1\,V_1 - P_1\,V_3\,) = \frac{C_P}{R}\,P_1\,(\,V_1 - V_3\,)\,.$$

Выразим V_3 через V_1, воспользовавшись уравнением адиабаты:

$$P_2\, V_1^{\,\gamma} = P_1\, V_3^{\,\gamma} \quad \longrightarrow \quad V_3 = V_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\gamma} = V_1\, k^{\,1/\gamma}\,.$$

Получаем:

$$Q_{\,31} = -\frac{C_P}{R}\, P_1\, V_1\, (\, k^{\,1/\gamma} - 1\,)\,.$$

Работа, совершённая двигателем за цикл, равна:

$$A = Q_{\,12} + Q_{\,31}\,.$$

КПД двигателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\,12}} = 1 + \frac{Q_{\,31}}{Q_{\,12}} = 1 - \frac{C_P\, (\, k^{\,1/\gamma} - 1\,)}{C_V\, (\, k - 1\,)} = 1 - \frac{\gamma\, (\, k^{\,1/\gamma} - 1\,)}{k - 1}\,.$$

Подстановка числовых значений даёт:

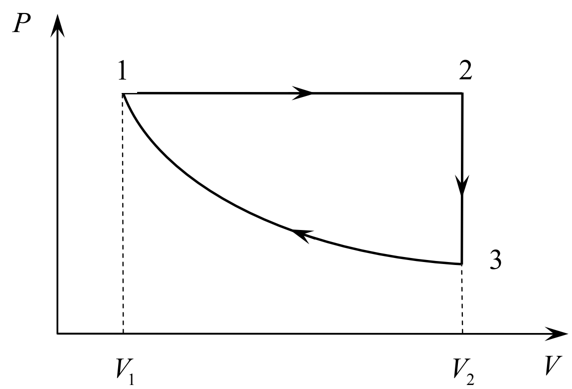
$$\gamma = \frac{10}{7}\,, \quad \eta = 17\ \%\,.$$

Ответ:

$$\eta = 1 - \frac{\gamma\, (\, k^{\,1/\gamma} - 1\,)}{k - 1} = 17\ \%\,,$$

$$\gamma = \frac{5\,\alpha + 7}{3\,\alpha + 5} = \frac{10}{7}\,.$$

Задача 3 / 2. Тепловой двигатель работает по замкнутому циклу, состоящему из трёх участков. Участок 1–2 — изобарическое расширение, 2–3 — изохорическое охлаждение, 3–1 — адиабатическое сжатие. Рабочим веществом является газовая смесь, состоящая из ν_1 молей гелия и ν_2 молей молекулярного азота N_2. Отношение числа молей $\alpha = \nu_1/\nu_2 = 5/2$. Известно также отношение объёмов смеси в состояниях 2 и 1: $k = V_2/V_1 = 4$. Найдите КПД двигателя η. Ответ выразите в процентах и округлите до целого значения.

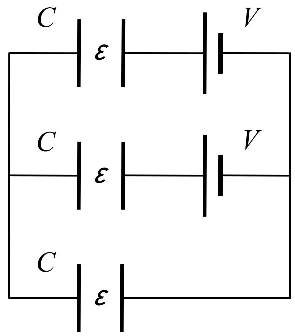


Ответ:

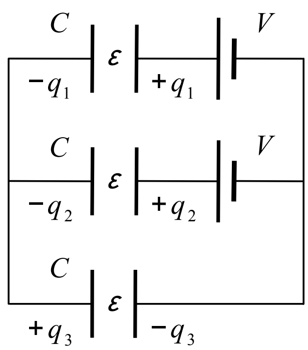
$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma\, (\, k - 1\,)} \left(k - \frac{1}{k^{\,(\gamma - 1)}} \right) = 24\ \%\,,$$

$$\gamma = \frac{5\,\alpha + 7}{3\,\alpha + 5} = \frac{39}{25} = 1{,}56\,.$$

Задача 4 / 1. Всё пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено пластиной из диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon = 2{,}5$. Ёмкость конденсатора с пластиной $C = 2$ мкФ. Из трёх таких конденсаторов и двух одинаковых батарей с ЭДС $V = 12$ В собрана схема, показанная на рисунке. Найдите минимальную работу A, необходимую для удаления пластины из нижнего конденсатора. Ответ выразите в микроджоулях. Силу тяжести и трение не учитывайте.



Возможное решение



Найдём начальные заряды конденсаторов q_1, q_2 и q_3. Левые обкладки, соединённые проводом, представляют собой изолированный проводник, заряд которого равен нулю. Поэтому

$$-q_1 - q_2 + q_3 = 0\,.$$

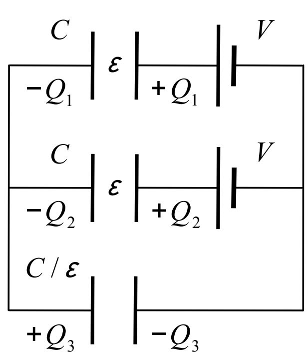
Приравнивая нулю алгебраическую сумму напряжений и ЭДС в верхнем и нижнем замкнутых контурах, получаем ещё два уравнения:

$$-\frac{q_1}{C} + V - V + \frac{q_2}{C} = 0 \quad \longrightarrow \quad q_1 = q_2\,,$$

$$-\frac{q_2}{C} + V - \frac{q_3}{C} = 0 \quad \longrightarrow \quad q_2 + q_3 = CV\,.$$

Решение этих уравнений даёт:

$$q_1 = q_2 = \frac{CV}{3}\,, \qquad q_3 = \frac{2CV}{3}\,.$$



Найдём теперь конечные заряды конденсаторов Q_1, Q_2 и Q_3. В этом случае ёмкость нижнего конденсатора без диэлектрической пластины равна C/ε. Имеем уравнения:

$$-Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0\,,$$

$$-\frac{Q_1}{C} + V - V + \frac{Q_2}{C} = 0 \quad \longrightarrow \quad Q_1 = Q_2\,,$$

$$-\frac{Q_2}{C} + V - \frac{Q_3}{C/\varepsilon} = 0 \quad \longrightarrow \quad Q_2 + \varepsilon Q_3 = CV\,.$$

Решая эти уравнения, получаем:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{CV}{2\varepsilon + 1}\,, \qquad Q_3 = \frac{2CV}{2\varepsilon + 1}\,.$$

Будем считать, что пластина выдвигается из нижнего конденсатора очень медленно. В этом случае искомая работа A внешних сил, действующих на пластину, будет минимальной, поскольку можно пренебречь кинетической энергией пластины и выделением тепла в цепи. Запишем уравнение баланса энергии для этого случая:

$$\Delta W = A + A_1 + A_2\,,$$

ΔW — приращение энергии конденсаторов, A_1 и A_2 — работы верхней и нижней батарей. Далее имеем:

$$\Delta W = W_2 - W_1\,,$$

W_1 и W_2 — начальная и конечная энергии конденсаторов:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2C} + \frac{q_3^2}{2C} = \frac{1}{2C} \cdot \frac{C^2V^2}{9} \cdot (1 + 1 + 4) = \frac{CV^2}{3}\,,$$

$$W_2 = \frac{Q_1^2}{2C} + \frac{Q_2^2}{2C} + \frac{Q_3^2}{2C/\varepsilon} = \frac{1}{2C} \cdot \frac{C^2V^2}{(2\varepsilon + 1)^2} \cdot (1 + 1 + 4\varepsilon) = \frac{CV^2}{2\varepsilon + 1}\,,$$

$$\Delta W = CV^2 \left(\frac{1}{2\varepsilon + 1} - \frac{1}{3} \right) = -\frac{2CV^2(\varepsilon - 1)}{3(2\varepsilon + 1)}\,.$$

Работа верхней батареи равна:

$$A_1 = (Q_1 - q_1)V = CV^2 \left(\frac{1}{2\varepsilon + 1} - \frac{1}{3} \right) = \Delta W\,.$$

В силу равенств $q_2 = q_1$ и $Q_2 = Q_1$ работа нижней батареи A_2 совпадает с A_1:

$$A_2 = (Q_2 - q_2)V = A_1 = \Delta W\,.$$

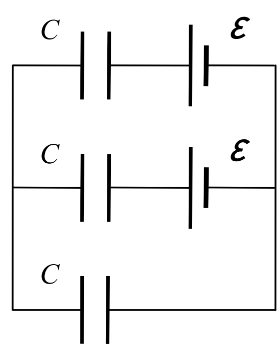
Для работы внешних сил получаем:

$$A = \Delta W - A_1 - A_2 = -\Delta W = \frac{2CV^2(\varepsilon - 1)}{3(2\varepsilon + 1)} = 48 \text{ мкДж}\,.$$

Ответ:

$$A = \frac{2CV^2(\varepsilon - 1)}{3(2\varepsilon + 1)} = 48 \text{ мкДж}\,.$$

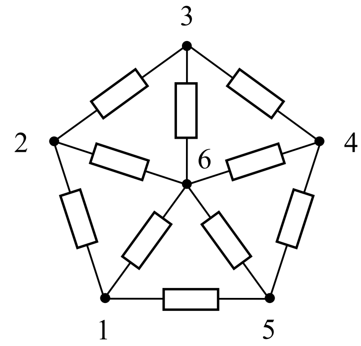
Задача 4 / 2. Из трёх одинаковых плоских воздушных конденсаторов емкостью $C = 0{,}25$ мкФ каждый и двух одинаковых батарей с ЭДС $\varepsilon = 24$ В собрана схема, показанная на рисунке. Найдите минимальную работу A, необходимую для увеличения расстояния между пластинами нижнего конденсатора в $k = 4$ раза. Ответ выразите в микроджоулях.



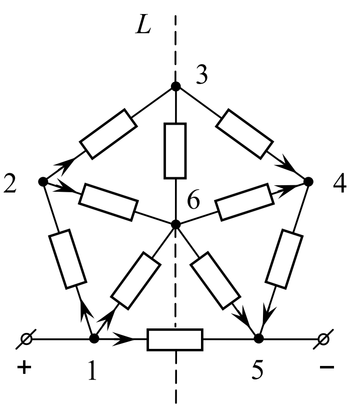
Ответ:

$$A = \frac{2C\varepsilon^2(k - 1)}{3(2k + 1)} = 32 \text{ мкДж}\,.$$

Задача 5 / 1. Плоский каркас собран из десяти одинаковых сопротивлений, соединённых в точках 1 — 6. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за точки 1 и 5. Найдите отношение $x = P_{56}/P_0$, где P_{56} — тепловая мощность, выделяющаяся на участке 5–6; P_0 — тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе. Ответ округлите до тысячных.



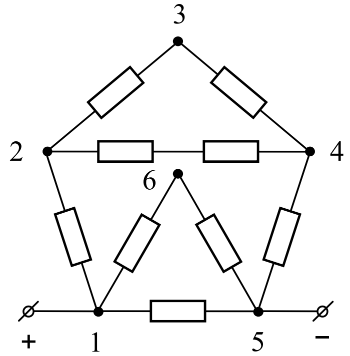
Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключён к точке 1, а отрицательный к точке 5. Рассматриваемая схема зеркально симметрична относительно прямой L, проходящей через точки 3 и 6. Поэтому распределение токов также зеркально симметрично. Это означает, что выполняются следующие равенства:

$$I_{23} = I_{34}\,, \qquad I_{26} = I_{46}\,, \qquad I_{16} = I_{56}\,.$$

Здесь нижние индексы указывают участки, по которым текут соответствующие токи. В силу этих равенств ток на участке 3–6 равен нулю и этот участок можно убрать из схемы. Кроме того, можно разъединить точку 6. В результате получаем упрощённую схему.

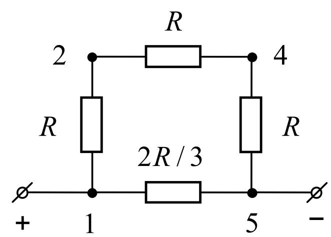


Обозначим через R каждое из исходных сопротивлений. В получившейся схеме верхний треугольник 234 состоит из двух сопротивлений $2\,R$, соединённых параллельно. Общее сопротивления этого треугольника равно:

$$\frac{2\,R \cdot 2\,R}{2\,R + 2\,R} = R\,.$$

Нижний треугольник 156 состоит из сопротивлений R и $2\,R$, также соединённых параллельно. Его общее сопротивления равно:

$$\frac{R \cdot 2\,R}{R + 2\,R} = \frac{2\,R}{3}\,.$$



Получаем совсем простую схему, с помощью которой находим общее сопротивление исходного каркаса:

$$R_0 = \frac{3\,R \cdot (\,2\,R/3\,)}{3\,R + (\,2\,R/3\,)} = \frac{6\,R}{11}\,.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, равна:

$$P_0 = \frac{V^{\,2}}{R_0} = \frac{11\,V^{\,2}}{6\,R}\,,$$

V — напряжение, поданное на точки 1 и 5. Сила тока, текущего по участку 5–6, равна:

$$I_{\,56} = \frac{V}{2\,R}\,.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся на этом участке:

$$P_{56} = I_{\,56}^{\,2}\,R = \frac{V^{\,2}}{4\,R}\,.$$

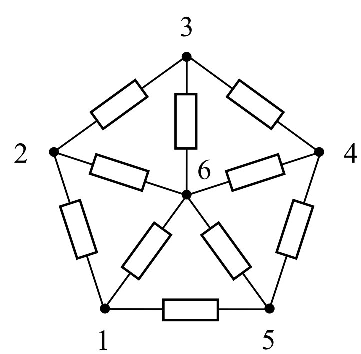
Отношение мощностей:

$$x = \frac{P_{56}}{P_0} = \frac{6}{4 \cdot 11} = \frac{3}{22} = 0{,}136\,.$$

Ответ:

$$x = \frac{3}{22} = 0{,}136\,.$$

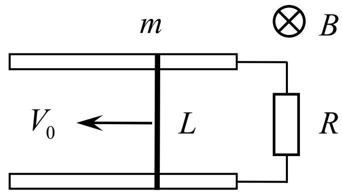
Задача 5 / 2 Плоский каркас собран из десяти одинаковых сопротивлений, соединённых в точках 1 — 6. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за точки 2 и 4. Найдите отношение $x = P_{15}/P_0$, где P_{15} — тепловая мощность, выделяющаяся на участке 1–5; P_0 — тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе. Ответ округлите до тысячных.



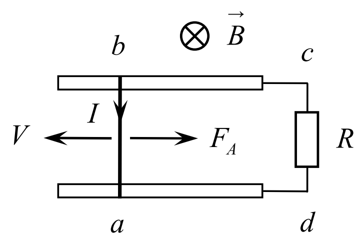
Ответ:

$$x = \frac{1}{22} = 0{,}045\,.$$

Задача 6 / 1. Два длинных тонких металлических рельса расположены параллельно друг другу в горизонтальной плоскости и соединены через сопротивление $R = 5$ Ом. По рельсам может скользить без трения тонкий стержень массой $m = 10$ г и длиной $L = 50$ см. Вся система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}15$ Тл. Сначала стержень неподвижен и расположен перпендикулярно рельсам. Затем ему сообщают скорость $V_0 = 6$ см/с, направленную вдоль рельсов. Найдите расстояние x, пройденное стержнем к моменту, когда его скорость станет равна $V =$ 4 см/с. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целого значения. Сопротивление рельсов и стержня не учитывайте.



Возможное решение



Направим единичный вектор нормали $\vec{n}$ к плоскости замкнутого контура $abcd$ вдоль вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Положительное направление обхода контура связано с направлением $\vec{n}$ правилом правого винта и соответствует движению по часовой стрелке. Пусть в некоторый момент времени скорость стержня равна V. За малый промежуток времени Δt стержень пройдёт расстояние $\Delta x = V\Delta t$. Приращение площади, ограниченной контуром, равно:

$$\Delta S = L\,\Delta x = L\,V\Delta t\,.$$

Приращение магнитного потока за время Δt:

$$\Delta \Phi = \vec{B}\,\vec{n}\,\Delta S = B\,L\,V\Delta t\,.$$

ЭДС индукции, возникающая в контуре, равна:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -B\,L\,V\,.$$

Знак минус означает, что ЭДС действует против положительного направления обхода контура, то есть против часовой стрелки. Поэтому ток в стержне направлен от точки b к точке a. Сила тока равна:

$$I = \frac{|\,\varepsilon\,|}{R} = \frac{B\,L\,V}{R}\,.$$

Со стороны магнитного поля на стержень с током действует сила Ампера, направленная противоположно скорости. Абсолютная величина этой силы равна:

$$F_A = B\,I\,L = \frac{(\,B\,L\,)^2\,V}{R}\,.$$

Обозначим через ΔV приращение скорости стержня за время Δt. Эта величина отрицательна, поскольку сила Ампера тормозит стержень. Запишем второй закон Ньютона в проекции на направление скорости:

$$m\,\frac{\Delta V}{\Delta t} = -F_A = -\frac{(\,B\,L\,)^2\,V}{R}\,.$$

Отсюда получаем связь между приращением скорости и расстоянием Δx, пройденным стержнем за время Δt:

$$\Delta V = -\frac{(\,B\,L\,)^2}{m\,R}\cdot V\Delta t = -\frac{(\,B\,L\,)^2}{m\,R}\cdot \Delta x\,.$$

Суммируя такие выражения по всем малым промежуткам времени, на которые можно разбить движение стержня, получаем:

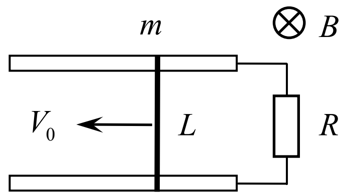
$$V - V_0 = -\frac{(B\,L)^2}{m\,R} \cdot x\,,$$

$$x = \frac{m\,R\,(V_0 - V)}{(B\,L)^2} = 18 \text{ см}\,.$$

Ответ:

$$x = \frac{m\,R\,(V_0 - V)}{(B\,L)^2} = 18 \text{ см}\,.$$

Задача 6 / 2. Два длинных тонких металлических рельса расположены параллельно друг другу в горизонтальной плоскости и соединены через сопротивление $R = 5$ Ом. По рельсам может скользить без трения тонкий стержень массой $m = 15$ г и длиной $L = 60$ см. Вся система находится в вертикальном одородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Сначала стержень неподвижен и расположен перпендикулярно рельсам. Затем ему сообщают скорость $V_0 = 5$ см/с, направленную вдоль рельсов. Найдите скорость стержня V в момент, когда он пройдёт расстояние $x = 12$ см. Ответ выразите в см/с и округлите до десятых. Сопротивление рельсов и стержня не учитывайте.



Ответ:

$$V = V_0 - \frac{(B\,L)^2\,x}{m\,R} = 2{,}7 \text{ см/с}\,.$$