Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025
Отборочный этап – 9 класс

Задача 1-1 *Плавящееся равновесие*

К легкому подвижному блоку на невесомой нити подвешен кусок льда массой $m_1 = 0{,}59$ кг (рис.), плавающий в воде при температуре $t_0 = 0°$C. К концу другой невесомой нити, переброшенной через легкий неподвижный блок, подвешен алюминиевый цилиндр массой $m_2 = 0{,}27$ кг. Система находится в равновесии. При этом цилиндр касается поверхности воды в сосуде.

Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду, чтобы цилиндр оказался на дне сосуда, а нерастаявший лед - в воздухе? Высота цилиндра меньше глубины воды в сосуде. Плотность воды $\rho_1 = 1{,}0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность алюминия $\rho_2 = 2{,}7\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_3 = 0{,}90\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 332\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Коэффициент $g = 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Трением в блоках пренебречь.

Ответ дайте в кДж с точностью до целых.

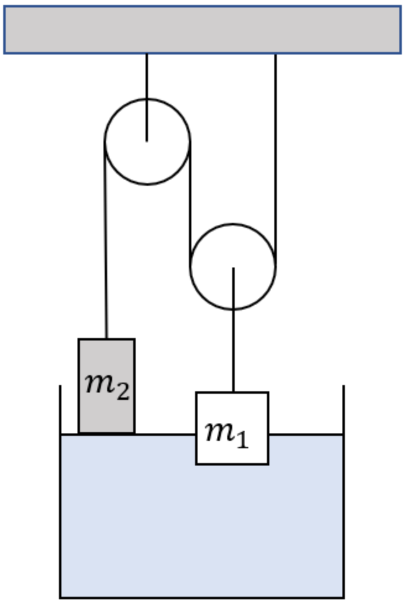


Рис. 1: К задаче 8-3

Решение

Если льду сообщать энергию, то лед начнет таять и перемещаться вверх, а алюминиевый цилиндр - вниз. Когда цилиндр полностью окажется в воде, на него будут действовать три силы: вверх - сила упругости нити F_1 и сила Архимеда $F_\text{A} = \rho_1 g\frac{m_2}{\rho_2}$, вниз - сила тяжести $m_2 g$.

Так как цилиндр будет находиться в равновесии, то $F_1 + \rho_1 g\frac{m_2}{\rho_2} = m_2 g$. Из этого уравнения найдем силу натяжения нити:

$$F_1 = m_2 g - \rho_1 g\frac{m_2}{\rho_2} = 1{,}7 \text{ Н}.$$

Так как подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза, то натяжение нити, к которой привязан нерастаявший лед, $F_2 = 3{,}4$ Н.

Из условия равновесия льда $F_2 = mg$ масса нерастаявшего льда $m = \frac{F_2}{g} = 0{,}34$ кг.

Следовательно, растает лед массой $\Delta m = m_1 - m = 0,25$ кг. Для плавления этого льда потребуется количество теплоты

$$Q = \lambda \Delta m = 83 \text{ кДж.}$$

Ответ: 83.

Задача 1-2 *Плавящееся равновесие*

К легкому подвижному блоку на невесомой нити подвешен кусок льда массой $m_1 = 0{,}79$ кг (рис.), плавающий в воде при температуре $t_0 = 0°C$. К концу другой невесомой нити, переброшенной через легкий неподвижный блок, подвешен стальной цилиндр массой $m_2 = 0{,}36$ кг. Система находится в равновесии. При этом цилиндр касается поверхности воды в сосуде.

Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду, чтобы цилиндр оказался на дне сосуда, а нерастаявший лед - в воздухе? Высота цилиндра меньше глубины воды в сосуде. Плотность воды $\rho_1 = 1{,}0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность стали $\rho_2 = 7{,}8\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_3 = 0{,}90\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 332\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Коэффициент $g = 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Трением в блоках пренебречь.

Ответ дайте в кДж с точностью до целых.

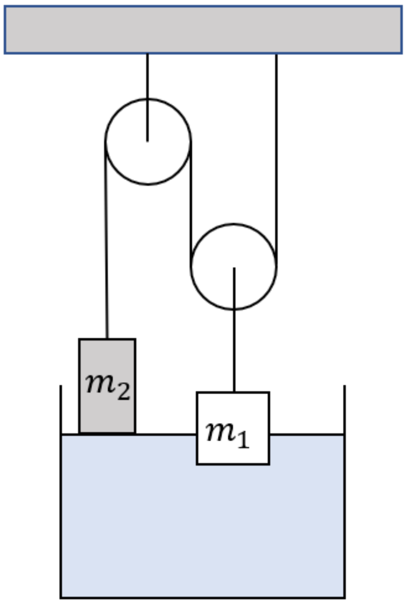


Рис. 2: К задаче 8-3

Ответ: 54.

Задача 2-1 *Жидкое равновесие*

В вертикальную U-образную трубку малого постоянного сечения $s = 8{,}00$ см^2 налита вода, общая длина которой в обоих коленах составляет $l = 50{,}0$ см. В одно колено трубки помещают два поршня, между которыми имеется пружина жесткости $k = 1{,}00$ Н/м. Поршни воду не пропускают и могут скользить по трубке без трения. В начальный момент на верхний поршень ставят груз массой $m = 10{,}0$ г. Определите количество теплоты, выделившееся в системе в ходе установления равновесия. Массой поршней и пружины можно пренебречь. Воду считайте идеальной несжимаемой жидкостью. Длиной горизонтального участка U-образной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Ответ дайте в мДж с точностью до сотых.

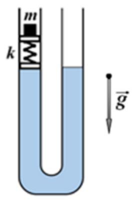
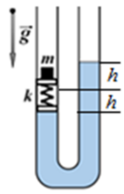


Рис. 3: К задаче 9-2

Решение

После установки груза m система выйдет из положения равновесия, поскольку сила давления жидкости в левом колене станет больше.



Пусть в новом установившемся положении равновесия жидкость в правом колене поднялась на высоту h (Рис.), а пружина сжалась на величину Δx, тогда из правила сил для равновесия

$$k\Delta x = mg \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k},$$
$$mg = 2\rho g h S \Rightarrow$$
$$h = \frac{m}{2\rho S},$$

где S – площадь поперечного сечения трубки.

В процессе установления равновесия груз опустился относительно начального положения на величину

$$\Delta h = \Delta x + h.$$

Начальная механическая энергия E_1 системы (относительно нижней точки трубки) складывается из потенциальной энергии столбов жидкости (центр масс на середине высоты) и груза

$$E_1 = 2\rho g \frac{l}{2} S \frac{l}{4} + mg\left(\frac{l}{2} + l_0\right)$$

где l_0 – длина пружины в недеформированном состоянии (т.е. до установки груза, в условии не задана).

Соответственно, после установления равновесия механическая энергия E_2 станет равна (добавится энергия упругой деформации пружины)

$$E_2 = \frac{\rho \mathrm{g} \left(\frac{l}{2} h\right)^2 s}{2} + \frac{\rho \mathrm{g} \left(\frac{l}{2} + h\right)^2 s}{2} + mg\left(\frac{l}{2} + l_0 - h - \Delta x\right) + \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии после установления нового положения равновесия имеем

$$Q = E_1 - E_2 = mgh + mg\Delta x - \rho g S h^2 - \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Видим, что подобные члены, содержащие длину недеформированной пружины l_0, успешно сокращаются.

Далее найдём

$$Q = mgh + mg\Delta x - \rho \mathrm{g} S h^2 - \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{m^2 g}{4\rho S} + \frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{m^2 g}{2}\left(\frac{1}{2\rho S} + \frac{\mathrm{g}}{k}\right).$$

С физической точки зрения выделение теплоты в системе происходит из-за наличия диссипативных сил: при затухании со временем колебаний жидкости (узкая трубка, вязкое трение, жидкость не идеальна) и пружины (трение о воздух, работа силы сопротивления воздуха).

Расчёт по итоговой формуле даёт

$$Q = \frac{m^2 g}{2}\left(\frac{1}{2\rho S} + \frac{g}{k}\right) = 5{,}12 \text{ мДж}.$$

Ответ: 5,12.

Задача 2-2 *Жидкое равновесие*

В вертикальную U-образную трубку малого постоянного сечения $s = 9{,}00$ см^2 налита вода, общая длина которой в обоих коленах составляет $l = 60{,}0$ см. В одно колено трубки помещают два поршня, между которыми имеется пружина жесткости $k = 2{,}00$ Н/м. Поршни воду не пропускают и могут скользить по трубке без трения. В начальный момент на верхний поршень ставят груз массой $m = 15{,}0$ г. Определите количество теплоты, выделившееся в системе в ходе установления равновесия. Массой поршней и пружины можно пренебречь. Воду считайте идеальной несжимаемой жидкостью. Длиной горизонтального участка U-образной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Ответ дайте в мДж с точностью до сотых.

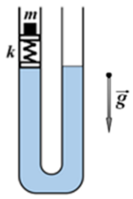


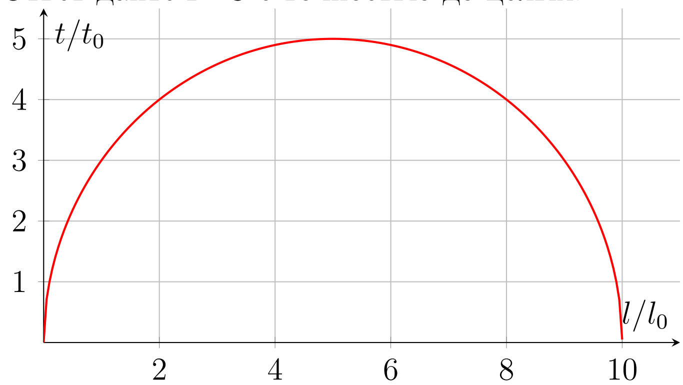
Рис. 4: К задаче 9-2

Ответ: 6,03.

Задача 3-1 *Неравномерный нагрев*

Холодный однородный стержень длиной $10l_0$ неравномерно нагрели в пламени газовой горелки (от центра) так, что распределение температуры вдоль стержня $t(x)$ в относительных координатах (t/t_0) и (l/l_0) имеет вид полуокружности. После того, как стержень достали из горелки, он перешел в состояние теплового равновесия. Найдите конечную температуру t всего стержня в состоянии теплового равновесия. Начальная температура стержня равна нулю (0°C). Масштабы осей на рисунке: $l_0 = 1{,}00$ см; $t_0 = 100$°C. Потерями теплоты пренебречь.

Ответ дайте в °C с точностью до целых.



Решение

Как следует из условия, из-за неравномерного нагрева стержня в пламени газовой горелки, температура его центральной части очень велика (500°C), тогда как концы стержня «остались» при начальной (нулевой) температуре (вполне можно держать руками).

Пусть удельная теплоёмкость материала стержня c, плотность ρ, площадь поперечного сечения стержня – S. Тогда количество теплоты ΔQ, запасённое в небольшом участке стержня длиной Δx равно

$$\Delta Q = cm\Delta T = c\rho S\Delta x\Delta T = c\rho S\Delta xT$$

Соответственно, количество теплоты, сообщенное газовой горелкой всему стержню, найдём как сумму

$$Q_1 = \sum_i \Delta Q_i = c\rho S \sum_i T_i\Delta x_i = c\rho S\cdot S^*$$

где $S^* = \pi\,(5l_0)\,(5t_0)\,/2 = 25\pi l_0 t_0/2$ – размерная физическая величина $(l_0\cdot t_0 = \text{ кг}\cdot{}^\circ\text{C})$, равная площади под графиком, т.е. площади полуокружности размерными радиусами $5l_0$ и $5t_0$. Окончательно для количества теплоты получаем

$$Q_1 = 25\pi c\rho S l_0 t_0/2$$

Через некоторое время после прекращения работы газовой горелки, вследствие явления теплопроводности, стержень придет в состоянии теплового равновесия, при котором искомая температура t всех его участков будет одинакова. Тогда количество теплоты, запасённой в стержне, можно записать как

$$Q_2 = cm\Delta T = c\rho S\left(10l_0\right)t$$

Поскольку потерь теплоты нет, то справедливо уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2,$$

из которого получаем

$$25\pi c\rho S l_0 t_0/2 = c\rho S\left(10l_0\right)t.$$

Установившаяся температура стержня

$$t = \frac{25\pi c\rho S l_0 t_0}{2c\rho S\left(10l_0\right)} = \frac{5\pi t_0}{4} = 393^{\circ}\mathrm{C}.$$

Ответ: 393.

Задача 3-2 *Неравномерный нагрев*

Холодный однородный стержень длиной $8l_0$ неравномерно нагрели в пламени газовой горелки (от центра) так, что распределение температуры вдоль стержня $t(x)$ в относительных координатах (t/t_0) и (l/l_0) имеет вид полуокружности. После того, как стержень достали из горелки, он перешел в состояние теплового равновесия. Найдите конечную температуру t всего стержня в состоянии теплового равновесия. Начальная температура стержня равна нулю (0°C). Масштабы осей на рисунке: $l_0 = 2{,}00$ см; $t_0 = 50$°C. Потерями теплоты пренебречь.

Ответ дайте в °C с точностью до целых.

Ответ: 157.

Задача 4-1 *Настоящий гонщик*

Гоночная трасса ABC состоит из прямолинейного участка AB и полуокружности BC неизвестного радиуса. Небольшой автомобиль со старта ($v_0 = 0$) проходит всю дистанцию ABC с постоянным по модулю предельным ускорением $a = g/2$. При этом прямой участок AB гонщик преодолевает за время $t_1 = 8{,}43$ с. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

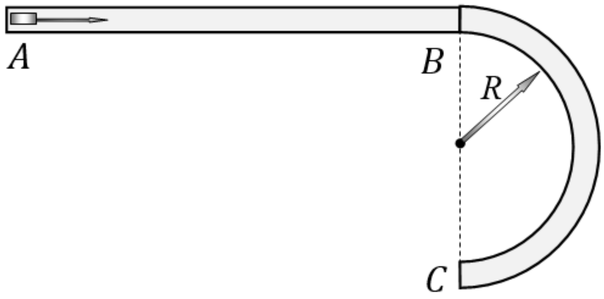


Рис. 5: К задаче 9-4

4.1. Найдите время t прохождения настоящим гонщиком всей дистанции. Ответ дайте в секундах с точностью до целых

4.2. Найдите также длину l дистанции. Ответ дайте в метрах с точностью до целых.

Решение

Длину прямолинейного участка AB трассы найдем из закона равноускоренного движения автомобиля ($v_0 = 0$)

$$l_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{4} = 174 \text{ м}.$$

При этом в точке B трассы скорость автомобиля будет равна $v = at_1$.

При движении автомобиля с постоянной скоростью v по участку полуокружности BC, его ускорение в каждой точке будет направлено к центру окружности и по модулю равно a, следовательно

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(at_1)^2}{R}.$$

Отсюда находим неизвестный радиус полуокружности BC

$$R = at_1^2$$

Время движения гонщика по полуокружности BC

$$t_2 = \frac{\pi R}{v} = \pi t_1$$

Таким образом, полное время движения гонщика по трассе

$$t = t_1 + t_2 = (\pi + 1)t_1 = 35 \text{ с}$$

А её длина

$$l = l_1 + l_2 = \frac{at_1^2}{2} + \pi a t_1^2 = \left(\frac{1+2\pi}{2}\right) a t_1^2 = \left(\frac{1+2\pi}{4}\right) \mathrm{g} t_1^2 = 1270 \text{ м}.$$

Ответ:

4.1) 35; 4.2) 1270

Задача 4-2 *Настоящий гонщик*

Гоночная трасса ABC состоит из прямолинейного участка AB и полуокружности BC неизвестного радиуса. Небольшой автомобиль со старта ($v_0 = 0$) проходит всю дистанцию ABC с постоянным по модулю предельным ускорением $a = g/2$. При этом прямой участок AB гонщик преодолевает за время $t_1 = 9{,}65$ с. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

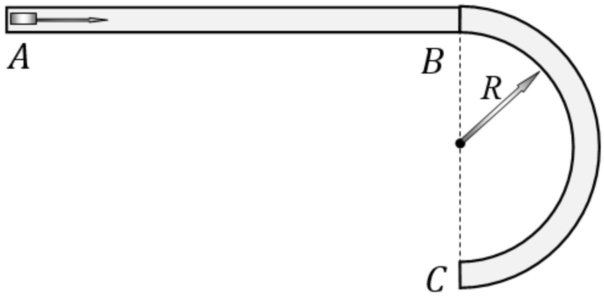


Рис. 6: К задаче 9-4

4.1. Найдите время t прохождения настоящим гонщиком всей дистанции. Ответ дайте в секундах с точностью до целых

4.2. Найдите также длину l дистанции. Ответ дайте в метрах с точностью до целых.

Ответ:

4.1) 40; 4.2) 1663

Задача 5-1 *Непонятное движение*

Небольшое тело движется ускоренно в положительном направлении оси Ox так, что скорость тела в точке с координатой x равна $v(x) = \alpha x^2$, где α - некоторый размерный коэффициент. Найдите ускорение a_2 тела в точке с координатой $x_2 = 2{,}0$ м, если в точке с координатой $x_1 = 1{,}0$ м его ускорение было равно $a_1 = 1{,}0$ м/с^2.

Ответ дайте в м/с^2 с точностью до целых.

Решение

Согласно определению ускорение находится как

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Используя данные условия, найдем приращение Δv скорости тела на малом участке $\Delta x (\Delta x \ll x)$

$$\Delta v = \alpha \left((x + \Delta x)^2 - x^2 \right) = \alpha \left(2x\Delta x + \Delta x^2 \right) \approx 2\alpha x \Delta x.$$

Подставляя приращение скорости в формулу для ускорения, получаем

$$a = 2\alpha x \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left\{ \frac{\Delta x}{\Delta t} = v(x) \right\} = 2\alpha x \cdot v(x) = 2\alpha^2 x^3.$$

Как следует из полученного выражения, при таком законе движения ускорение тела пропорционально кубу текущей координаты

$$a \sim x^3$$

Соответственно, искомое ускорение a_2 тела найдем из пропорции

$$a_2 = \frac{x_2^3}{x_1^3} a_1 = 8{,}0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: 8

Задача 5-2 *Непонятное движение*

Небольшое тело движется ускоренно в положительном направлении оси Ox так, что скорость тела в точке с координатой x равна $v(x) = \alpha x^3$, где α - некоторый размерный коэффициент. Найдите ускорение a_2 тела в точке с координатой $x_2 = 3{,}0$ м, если в точке с координатой $x_1 = 1{,}0$ м его ускорение было равно $a_1 = 1{,}0$ м/с^2.

Ответ дайте в м/с^2 с точностью до целых.

Ответ: 81