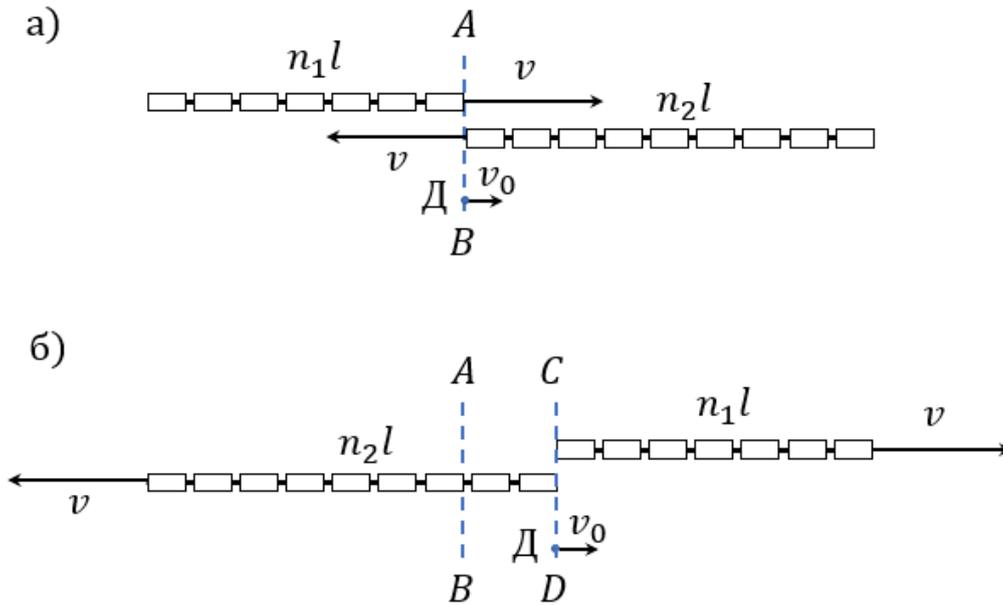


**Задача 1-1 Неслучайные совпадения**

Семиклассник Дима прогуливался по перрону вокзала в ожидании своего поезда. Двигаясь со скоростью  $v_0 = 4,0$  км/ч, он наблюдал, что справа и слева от платформы по параллельным путям навстречу друг другу с равными постоянными скоростями двигались две электрички. Одна из электричек состояла из  $n_1 = 9$  одинаковых вагонов, а другая – из  $n_2 = 10$  таких же вагонов. Дима увидел, что первые вагоны электричек поравнялись друг с другом как раз напротив него. Каково было удивление Димы, когда и последние вагоны разошлись тоже как раз напротив него! Диме стало любопытно, с какой же скоростью ехали электрички. Проведите необходимые расчеты и найдите скорость  $v$  электричек. Ответ дайте в км/ч с точностью до целых.

**Решение**

Пусть направления скорости движения первой электрички и скорости движения Димы совпадали.



На рисунке а) показано расположение поездов в начальный момент времени ( $t_0 = 0$  с), когда поравнялись их головные вагоны (линия  $AB$ ). На рисунке б) показано расположение поездов в момент времени  $t$ , когда поравнялись хвосты их последних вагонов (линия  $CD$ ). Относительно железной дороги за промежуток времени  $\Delta t = t$  первая электричка проехала путь

$$L_1 = n_1 l + s,$$

а вторая – путь

$$L_2 = n_2 l - s,$$

где  $l$  – длина одного вагона,  $s$  – путь, который прошел Дима за время  $t$  :

$$s = BD = v_0 t$$

Поскольку скорости движения электричек одинаковы, то

$$L_1 = L_2 = vt$$

где  $v$  – скорость движения каждой электрички. Решая совместно, получим:

$$vt = n_1 l + v_0 t,$$

$$vt = n_2 l - v_0 t.$$

Из полученных уравнений следует, что

$$v = \frac{v_0 (n_1 + n_2)}{n_2 - n_1} = 76 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

**Ответ:** 76.

### **Задача 1-2** *Неслучайные совпадения*

Семиклассник Дима прогуливался по перрону вокзала в ожидании своего поезда. Двигаясь со скоростью  $v_0 = 4,0$  км/ч, он наблюдал, что справа и слева от платформы по параллельным путям навстречу друг другу с равными постоянными скоростями двигались две электрички. Одна из электричек состояла из  $n_1 = 10$  одинаковых вагонов, а другая – из  $n_2 = 12$  таких же вагонов. Дима увидел, что первые вагоны электричек поравнялись друг с другом как раз напротив него. Каково было удивление Димы, когда и последние вагоны разошлись тоже как раз напротив него! Диме стало любопытно, с какой же скоростью ехали электрички. Проведите необходимые расчеты и найдите скорость  $v$  электричек. Ответ дайте в км/ч с точностью до целых.

**Ответ:** 44.

### Задача 2-1 Тяжелый лёд

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится лёд, полностью погруженный в керосин. Сила тяжести, действующая на лёд, в  $n = 2$  раза больше силы тяжести, действующей на керосин. На сколько процентов уменьшится высота содержимого в сосуде после того, как растает  $k = 75\%$  льда? Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Плотность керосина  $\rho_{\text{к}} = 0,80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Ответ дайте с точностью до десятых.

#### Решение

Пусть начальная высота  $h_1$  содержимого в сосуде соответствует  $100\%$ , а конечная высота  $h_2$ . Тогда  $x = \frac{h_2}{h_1} \cdot 100\%$ . Искомая величина

$$\eta = 100\% - x = \left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right) \cdot 100\%$$

Первоначальную высоту  $h_1$  найдем из уравнения

$$Sh_1 = \frac{F_{\text{т}}}{\rho_{\text{к}}g} + \frac{nF_{\text{т}}}{\rho_{\text{л}}g},$$

где  $S$  – площадь дна сосуда,  $F_{\text{т}}$  – сила тяжести, действующая на керосин,  $nF_{\text{т}}$  – сила тяжести, действующая на лёд до начала его таяния,  $g$  – коэффициент пропорциональности, входящий в формулу силы тяжести.

После таяния льда высоту  $h_2$  содержимого в сосуде найдем из уравнения:

$$Sh_2 = \frac{F_{\text{т}}}{\rho_{\text{к}}g} + \frac{knF_{\text{т}}}{\rho_{\text{в}}g100\%} + \frac{(100\% - k)nF_{\text{т}}}{\rho_{\text{л}}g100\%}$$

Выразим  $h_1$  и  $h_2$  из полученных уравнений, подставим в выражение для  $\eta$  и получим:

$$\eta = \frac{kn\rho_{\text{к}}(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})}{\rho_{\text{в}}(\rho_{\text{л}} + n\rho_{\text{к}})} = 4,8\%$$

**Ответ:** 4,8.

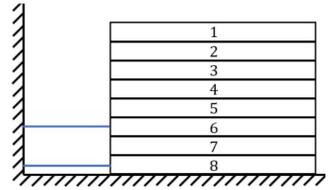
### Задача 2-2 Тяжелый лёд

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится лёд, полностью погруженный в керосин. Сила тяжести, действующая на лёд, в  $n = 3$  раза больше силы тяжести, действующей на керосин. На сколько процентов уменьшится высота содержимого в сосуде после того, как растает  $k = 65\%$  льда? Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Плотность керосина  $\rho_{\text{к}} = 0,80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Ответ дайте с точностью до десятых.

**Ответ:** 4,7.

### Задача 3-1 *Трудно тащить*

На горизонтальном полу лежат восемь одинаковых досок, сложенных в стопку (рис.). Шестая и восьмая доски с помощью горизонтально натянутых тросов прикреплены к стене.



3.1. Что труднее: сдвинуть седьмую доску, прикладывая к ней горизонтально направленную силу, или сдвинуть пять верхних досок, прикладывая к пятой доске силу в горизонтальном направлении? В ответе укажите «7» или «5» в зависимости от выбранного варианта ответа.

3.2. Найдите отношение  $F_{max}/F_{min}$  большей силы, необходимой для сдвига соответствующей доски, к меньшей из предыдущего пункта. Ответ дайте с точностью до десятых.

#### Решение

Экспериментально установлено, что сила трения прямо пропорциональна силе, прижимающей тело к поверхности. Чтобы сдвинуть пять верхних досок, надо приложить к пятой доске минимальную горизонтально направленную силу  $F_1$ , равную максимальной силе трения покоя, действующей между пятой и шестой досками:  $F_1 = F_{тр1}$ , где  $F_{тр1} \sim 5mg$ .

Для того, чтобы сдвинуть седьмую доску, нужно приложить минимальную горизонтально направленную силу  $F_2$ , равную сумме сил трения покоя между шестой и седьмой досками ( $F_{тр2} \sim 6mg$ ) и между седьмой и восьмой досками ( $F_{тр3} \sim 7mg$ ), т. е.  $F_2 = F_{тр2} + F_{тр3}$ .

Следовательно, труднее сдвинуть седьмую доску.

При этом придется приложить в  $n = \frac{F_2}{F_1} = 2,6$  раза большую силу.

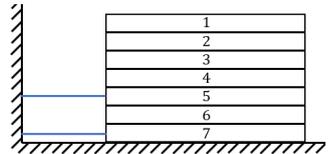
#### Ответ:

3.1) 7;

3.2) 2,6.

### Задача 3-2 *Трудно тащить*

На горизонтальном полу лежат семь одинаковых досок, сложенных в стопку (рис.). Пятая и седьмая доски с помощью горизонтально натянутых тросов прикреплены к стене.



3.1. Что труднее: сдвинуть шестую доску, прикладывая к ней горизонтально направленную силу, или сдвинуть четыре верхних доски, прикладывая к четвертой доске силу в горизонтальном направлении? В ответе укажите «6» или «4» в зависимости от выбранного варианта ответа.

3.2. Найдите отношение  $F_{max}/F_{min}$  большей силы, необходимой для сдвига соответствующей доски, к меньшей из предыдущего пункта. Ответ дайте с точностью до сотых.

#### Ответ:

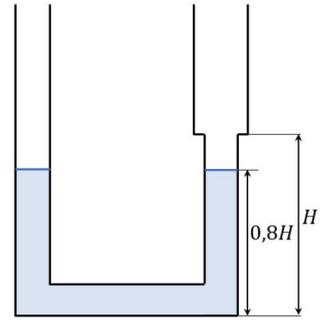
3.1) 6;

3.2) 2,75.

### Задача 4-1 Уширяющаяся гидростатика

Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения  $S$ , а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты  $H = 30$  см площадь её поперечного сечения  $S$ , а выше – площадь  $2S$ . Трубки заполнены водой до высоты  $0,8H$ . В левую трубку наливают слой масла высотой  $H$ . На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке?

Плотность воды  $\rho_0 = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Плотность масла  $\rho = 0,80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ .



#### Решение

На уровне, совпадающем с границей раздела жидкостей, гидростатические давления равны:

$$p_1 = p_2 \text{ или} \\ \rho g H = \rho_0 g (\Delta h + h)$$

где  $\Delta h$  – искомая высота, на которую поднимется уровень воды в правой трубке,  $h$  – высота, на которую опустился уровень воды в левой трубке.

Поскольку жидкости практически несжимаемые, то объем воды, вытесненной из левой трубки, равен объему воды, перетекшей в правую трубку:

$$V_1 = V_2 \text{ или } hS = 0,2HS + (\Delta h - 0,2H)2S$$

Отсюда высота

$$h = 2\Delta h - 0,2H$$

Получаем

$$\rho H = \rho_0 (\Delta h + 2\Delta h - 0,2H).$$

Откуда следует, что

$$\Delta h = \frac{H}{3\rho_0} (\rho + 0,2\rho_0) = 10 \text{ см.}$$

Ответ дайте в см с точностью до целых.

**Ответ:** 10.

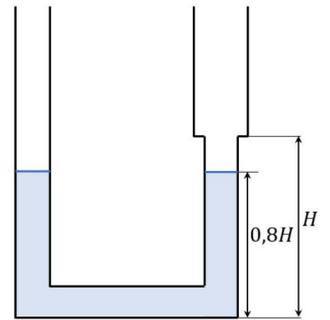
### Задача 4-2 Уширяющаяся гидростатика

Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения  $S$ , а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты  $H = 30$  см площадь её поперечного сечения  $S$ , а выше – площадь  $2S$ . Трубки заполнены водой до высоты  $0,8H$ . В левую трубку наливают слой масла высотой  $H$ . На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке?

Плотность воды  $\rho_0 = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ . Плотность масла  $\rho = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ .

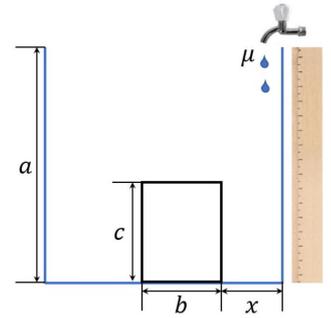
Ответ дайте в см с точностью до целых.

**Ответ:** 11.



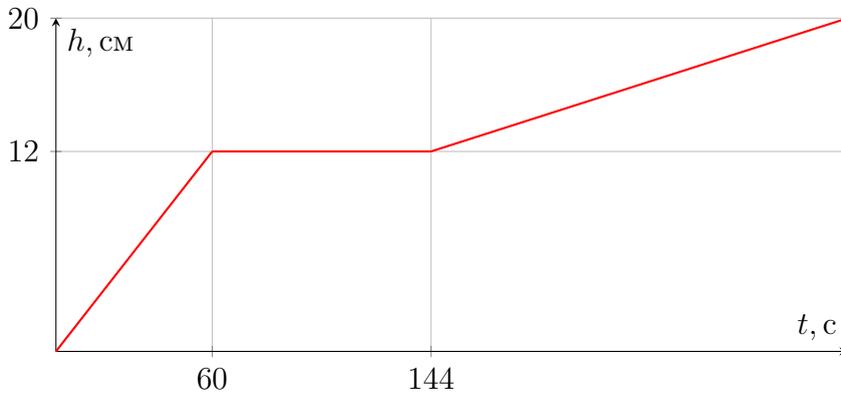
### Задача 5-1 Наполнение сосуда

На дно кубического сосуда со стороной  $a = 20$  см поместили и закрепили на дне на расстоянии  $x = 5$  см прямоугольный брусок со сторонами  $a, b$  и  $c$ . В сосуд стали наливать воду с постоянным объемным расходом  $\mu = 20$  мл/с так, как показано на рисунке. Юный экспериментатор Миша измерял зависимость высоты столба  $h(t)$  жидкости от времени по линейке, расположенной справа от кюветы. График этой зависимости изображён на рисунке.



Определите:

- 5.1. высоту  $c$  бруска. Ответ дайте в см с точностью до целых;
- 5.2. ширину  $b$  бруска; Ответ дайте в см с точностью до целых;
- 5.3. время  $T$ , за которое сосуд заполнится целиком. Ответ дайте в секундах с точностью до целых.



### Решение

На первом этапе жидкость набирается только справа от перегородки. Высота столба жидкости:

$$h_1(t) = \frac{\mu t}{xa}$$

Данный этап заканчивается в момент первого излома графика –  $t_1 = 60$  с. Высота  $c$  бруска совпадает с показаниями линейки в этот момент:

$$c = 12 \text{ см.}$$

На втором этапе жидкость через брусок переливается в отсек слева, и пока этот отсек не заполнится целиком, уровень жидкости не меняется.

$$\mu(t_2 - t_1) = (a - x - b)ac,$$

где  $t_2 = 144$  с

$$b = a - x - \frac{\mu(t_2 - t_1)}{ac} = 8 \text{ см.}$$

Сосуд заполнится целиком через промежуток времени, определяющийся условием:

$$\mu \Delta t = a^2(a - c)$$

Тогда полное время заполнения сосуда:

$$T = t_2 + \Delta t = t_2 + \frac{a^2(a - c)}{\mu} = 304 \text{ с.}$$

**Ответ:**

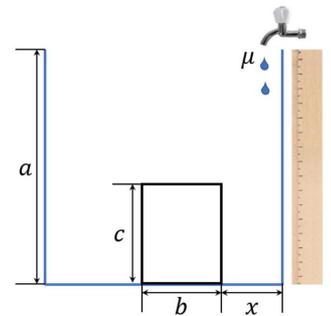
5.1) 12;

5.2) 8;

5.3) 304.

### Задача 5-2 Наполнение сосуда

На дно кубического сосуда со стороной  $a = 30$  см поместили и закрепили на дне на расстоянии  $x = 8$  см прямоугольный брусок со сторонами  $a, b$  и  $c$ . В сосуд стали наливать воду с постоянным объемным расходом  $\mu = 12$  мл/с так, как показано на рисунке. Юный экспериментатор Миша измерял зависимость высоты столба  $h(t)$  жидкости от времени по линейке, расположенной справа от кюветы. График этой зависимости изображён на рисунке.

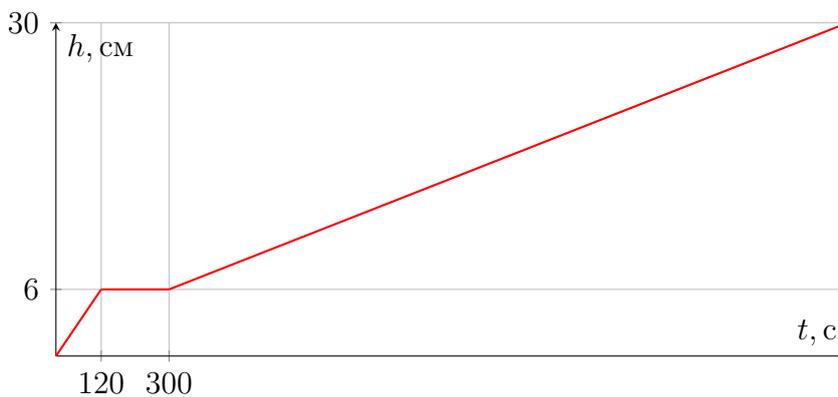


Определите:

5.1. высоту  $c$  бруска. Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.2. ширину  $b$  бруска; Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.3. время  $T$ , за которое сосуд заполнится целиком. Ответ дайте в секундах с точностью до целых.



**Ответ:**

5.1) 6;

5.2) 10;

5.3) 2100.