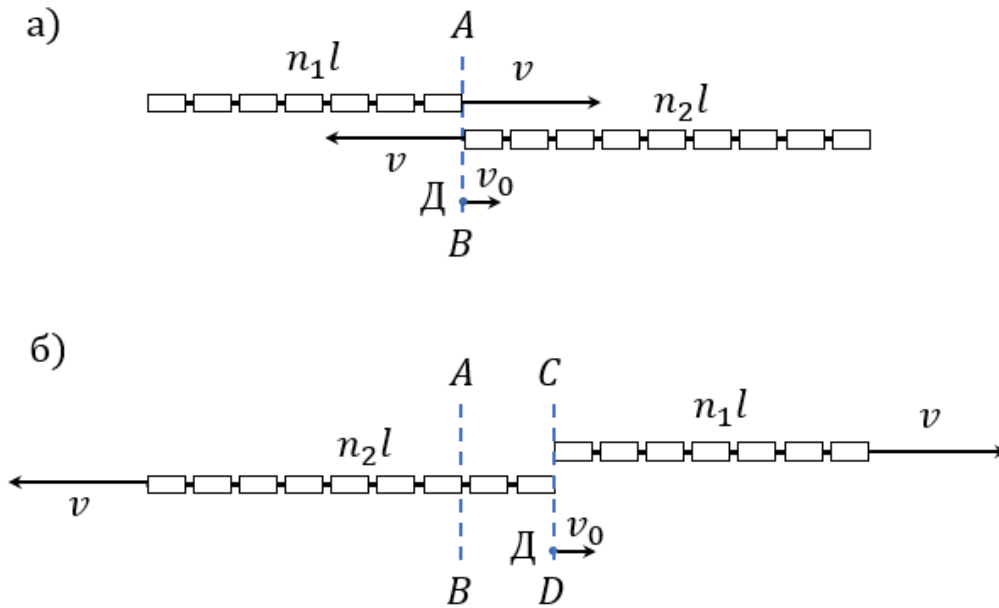


Задача 1-1 Неслучайные совпадения

Семиклассник Дима прогуливался по перрону вокзала в ожидании своего поезда. Двигаясь со скоростью $v_0 = 4,0$ км/ч, он наблюдал, что справа и слева от платформы по параллельным путям навстречу друг другу с равными постоянными скоростями двигались две электрички. Одна из электричек состояла из $n_1 = 9$ одинаковых вагонов, а другая – из $n_2 = 10$ таких же вагонов. Дима увидел, что первые вагоны электричек поравнялись друг с другом как раз напротив него. Каково было удивление Димы, когда и последние вагоны разошлись тоже как раз напротив него! Диме стало любопытно, с какой же скоростью ехали электрички. Проведите необходимые расчеты и найдите скорость v электричек. Ответ дайте в км/ч с точностью до целых.

Решение

Пусть направления скорости движения первой электрички и скорости движения Димы совпадали.



На рисунке а) показано расположение поездов в начальный момент времени ($t_0 = 0$ с), когда поравнялись их головные вагоны (линия AB). На рисунке б) показано расположение поездов в момент времени t , когда поравнялись хвосты их последних вагонов (линия CD). Относительно железной дороги за промежуток времени $\Delta t = t$ первая электричка проехала путь

$$L_1 = n_1 l + s,$$

а вторая – путь

$$L_2 = n_2 l - s,$$

где l – длина одного вагона, s – путь, который прошел Дима за время t :

$$s = BD = v_0 t$$

Поскольку скорости движения электричек одинаковы, то

$$L_1 = L_2 = vt$$

где v – скорость движения каждой электрички. Решая совместно, получим:

$$vt = n_1 l + v_0 t,$$

$$vt = n_2 l - v_0 t.$$

Из полученных уравнений следует, что

$$v = \frac{v_0 (n_1 + n_2)}{n_2 - n_1} = 76 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Ответ: 76.

Задача 1-2 *Неслучайные совпадения*

Семиклассник Дима прогуливался по перрону вокзала в ожидании своего поезда. Двигаясь со скоростью $v_0 = 4,0$ км/ч, он наблюдал, что справа и слева от платформы по параллельным путям навстречу друг другу с равными постоянными скоростями двигались две электрички. Одна из электричек состояла из $n_1 = 10$ одинаковых вагонов, а другая – из $n_2 = 12$ таких же вагонов. Дима увидел, что первые вагоны электричек поравнялись друг с другом как раз напротив него. Каково было удивление Димы, когда и последние вагоны разошлись тоже как раз напротив него! Диме стало любопытно, с какой же скоростью ехали электрички. Проведите необходимые расчеты и найдите скорость v электричек. Ответ дайте в км/ч с точностью до целых.

Ответ: 44.

Задача 2-1 Тяжелый лёд

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится лёд, полностью погруженный в керосин. Сила тяжести, действующая на лёд, в $n = 2$ раза больше силы тяжести, действующей на керосин. На сколько процентов уменьшится высота содержимого в сосуде после того, как растает $k = 75\%$ льда? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 0,80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Ответ дайте с точностью до десятых.

Решение

Пусть начальная высота h_1 содержимого в сосуде соответствует 100% , а конечная высота h_2 — x . Тогда $x = \frac{h_2}{h_1} \cdot 100\%$. Искомая величина

$$\eta = 100\% - x = \left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right) \cdot 100\%$$

Первоначальную высоту h_1 найдем из уравнения

$$Sh_1 = \frac{F_{\text{т}}}{\rho_{\text{к}}g} + \frac{nF_{\text{т}}}{\rho_{\text{л}}g},$$

где S — площадь дна сосуда, $F_{\text{т}}$ — сила тяжести, действующая на керосин, $nF_{\text{т}}$ — сила тяжести, действующая на лёд до начала его таяния, g — коэффициент пропорциональности, входящий в формулу силы тяжести.

После таяния льда высоту h_2 содержимого в сосуде найдем из уравнения:

$$Sh_2 = \frac{F_{\text{т}}}{\rho_{\text{к}}g} + \frac{knF_{\text{т}}}{\rho_{\text{в}}g100\%} + \frac{(100\% - k)nF_{\text{т}}}{\rho_{\text{л}}g100\%}$$

Выразим h_1 и h_2 из полученных уравнений, подставим в выражение для η и получим:

$$\eta = \frac{kn\rho_{\text{к}}(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})}{\rho_{\text{в}}(\rho_{\text{л}} + n\rho_{\text{к}})} = 4,8\%$$

Ответ: 4,8.

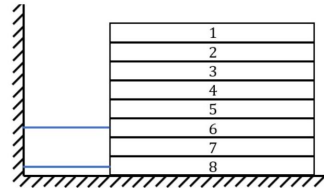
Задача 2-2 Тяжелый лёд

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится лёд, полностью погруженный в керосин. Сила тяжести, действующая на лёд, в $n = 3$ раза больше силы тяжести, действующей на керосин. На сколько процентов уменьшится высота содержимого в сосуде после того, как растает $k = 65\%$ льда? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 0,80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Ответ дайте с точностью до десятых.

Ответ: 4,7.

Задача 3-1 *Трудно тащить*

На горизонтальном полу лежат восемь одинаковых досок, сложенных в стопку (рис.). Шестая и восьмая доски с помощью горизонтально натянутых тросов прикреплены к стене.



3.1. Что труднее: сдвинуть седьмую доску, прикладывая к ней горизонтально направленную силу, или сдвинуть пять верхних досок, прикладывая к пятой доске силу в горизонтальном направлении? В ответе укажите «7» или «5» в зависимости от выбранного варианта ответа.

3.2. Найдите отношение F_{max}/F_{min} большей силы, необходимой для сдвига соответствующей доски, к меньшей из предыдущего пункта. Ответ дайте с точностью до десятых.

Решение

Экспериментально установлено, что сила трения прямо пропорциональна силе, прижимающей тело к поверхности. Чтобы сдвинуть пять верхних досок, надо приложить к пятой доске минимальную горизонтально направленную силу F_1 , равную максимальной силе трения покоя, действующей между пятой и шестой досками: $F_1 = F_{тр1}$, где $F_{тр1} \sim 5mg$.

Для того, чтобы сдвинуть седьмую доску, нужно приложить минимальную горизонтально направленную силу F_2 , равную сумме сил трения покоя между шестой и седьмой досками ($F_{тр2} \sim 6mg$) и между седьмой и восьмой досками ($F_{тр3} \sim 7mg$), т. е. $F_2 = F_{тр2} + F_{тр3}$.

Следовательно, труднее сдвинуть седьмую доску.

При этом придется приложить в $n = \frac{F_2}{F_1} = 2,6$ раза большую силу.

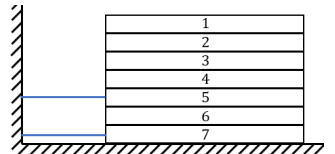
Ответ:

3.1) 7;

3.2) 2,6.

Задача 3-2 *Трудно тащить*

На горизонтальном полу лежат семь одинаковых досок, сложенных в стопку (рис.). Пятая и седьмая доски с помощью горизонтально натянутых тросов прикреплены к стене.



3.1. Что труднее: сдвинуть шестую доску, прикладывая к ней горизонтально направленную силу, или сдвинуть четыре верхних доски, прикладывая к четвертой доске силу в горизонтальном направлении? В ответе укажите «6» или «4» в зависимости от выбранного варианта ответа.

3.2. Найдите отношение F_{max}/F_{min} большей силы, необходимой для сдвига соответствующей доски, к меньшей из предыдущего пункта. Ответ дайте с точностью до сотых.

Ответ:

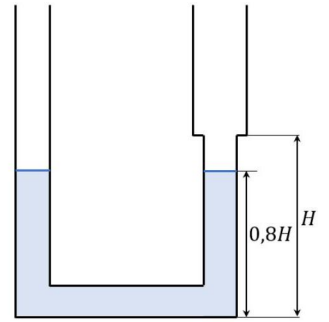
3.1) 6;

3.2) 2,75.

Задача 4-1 Уширяющаяся гидростатика

Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения S , а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты $H = 30$ см площадь её поперечного сечения S , а выше – площадь $2S$. Трубки заполнены водой до высоты $0,8H$. В левую трубку наливают слой масла высотой H . На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке?

Плотность воды $\rho_0 = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность масла $\rho = 0,80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



Решение

На уровне, совпадающем с границей раздела жидкостей, гидростатические давления равны:

$$p_1 = p_2 \text{ или}$$
$$\rho g H = \rho_0 g (\Delta h + h)$$

где Δh – искомая высота, на которую поднимется уровень воды в правой трубке, h – высота, на которую опустился уровень воды в левой трубке.

Поскольку жидкости практически несжимаемые, то объем воды, вытесненной из левой трубки, равен объему воды, перетекшей в правую трубку:

$$V_1 = V_2 \text{ или } hS = 0,2HS + (\Delta h - 0,2H)2S$$

Отсюда высота

$$h = 2\Delta h - 0,2H$$

Получаем

$$\rho H = \rho_0 (\Delta h + 2\Delta h - 0,2H).$$

Откуда следует, что

$$\Delta h = \frac{H}{3\rho_0} (\rho + 0,2\rho_0) = 10 \text{ см.}$$

Ответ дайте в см с точностью до целых.

Ответ: 10.

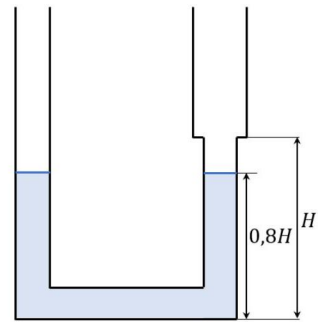
Задача 4-2 Уширяющаяся гидростатика

Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения S , а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты $H = 30$ см площадь её поперечного сечения S , а выше – площадь $2S$. Трубки заполнены водой до высоты $0,8H$. В левую трубку наливают слой масла высотой H . На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке?

Плотность воды $\rho_0 = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность масла $\rho = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

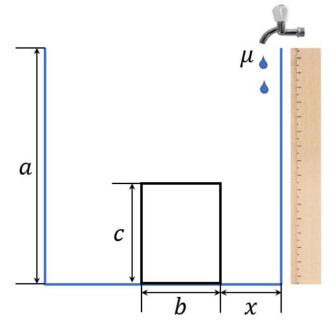
Ответ дайте в см с точностью до целых.

Ответ: 11.



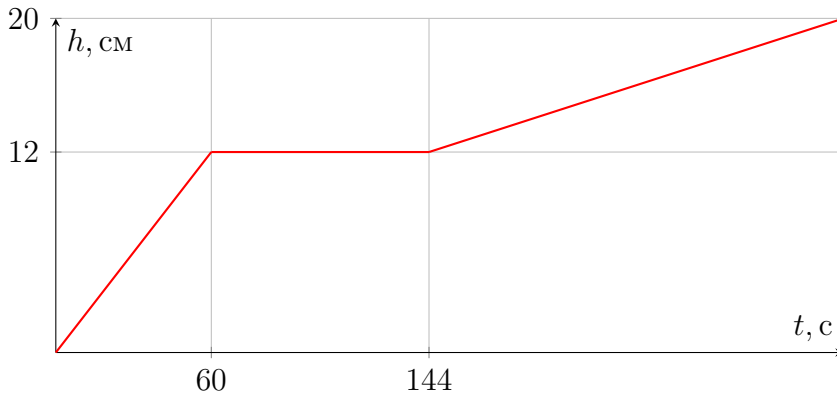
Задача 5-1 Наполнение сосуда

На дно кубического сосуда со стороной $a = 20$ см поместили и закрепили на дне на расстоянии $x = 5$ см прямоугольный брусок со сторонами a, b и c . В сосуд стали наливать воду с постоянным объемным расходом $\mu = 20$ мл/с так, как показано на рисунке. Юный экспериментатор Миша измерял зависимость высоты столба $h(t)$ жидкости от времени по линейке, расположенной справа от кюветы. График этой зависимости изображён на рисунке.



Определите:

- 5.1. высоту c бруска. Ответ дайте в см с точностью до целых;
- 5.2. ширину b бруска; Ответ дайте в см с точностью до целых;
- 5.3. время T , за которое сосуд заполнится целиком. Ответ дайте в секундах с точностью до целых.



Решение

На первом этапе жидкость набирается только справа от перегородки. Высота столба жидкости:

$$h_1(t) = \frac{\mu t}{xa}$$

Данный этап заканчивается в момент первого излома графика – $t_1 = 60$ с. Высота c бруска совпадает с показаниями линейки в этот момент:

$$c = 12 \text{ см.}$$

На втором этапе жидкость через брусок переливается в отсек слева, и пока этот отсек не заполнится целиком, уровень жидкости не меняется.

$$\mu(t_2 - t_1) = (a - x - b)ac,$$

где $t_2 = 144$ с

$$b = a - x - \frac{\mu(t_2 - t_1)}{ac} = 8 \text{ см.}$$

Сосуд заполнится целиком через промежуток времени, определяющийся условием:

$$\mu \Delta t = a^2(a - c)$$

Тогда полное время заполнения сосуда:

$$T = t_2 + \Delta t = t_2 + \frac{a^2(a - c)}{\mu} = 304 \text{ с.}$$

Ответ:

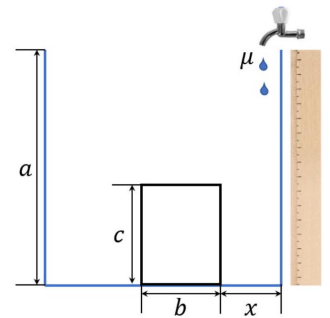
5.1) 12;

5.2) 8;

5.3) 304.

Задача 5-2 Наполнение сосуда

На дно кубического сосуда со стороной $a = 30$ см поместили и закрепили на дне на расстоянии $x = 8$ см прямоугольный брусок со сторонами a, b и c . В сосуд стали наливать воду с постоянным объемным расходом $\mu = 12$ мл/с так, как показано на рисунке. Юный экспериментатор Миша измерял зависимость высоты столба $h(t)$ жидкости от времени по линейке, расположенной справа от кюветы. График этой зависимости изображён на рисунке.

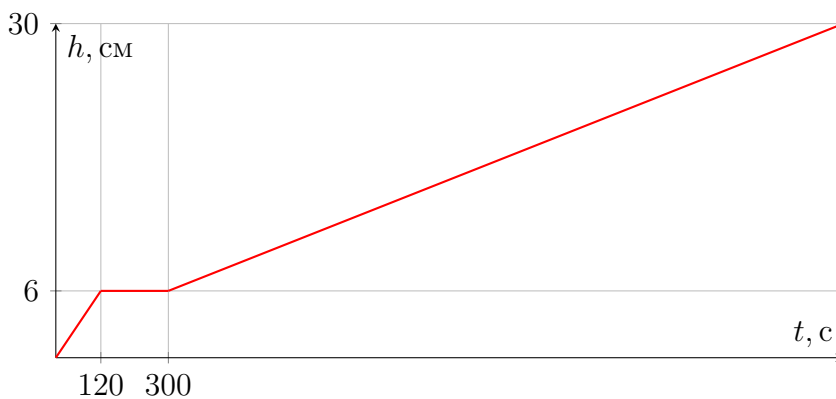


Определите:

5.1. высоту c бруска. Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.2. ширину b бруска; Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.3. время T , за которое сосуд заполнится целиком. Ответ дайте в секундах с точностью до целых.



Ответ:

5.1) 6;

5.2) 10;

5.3) 2100.