Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025
Отборочный этап – 11 класс

Задача 1-1 *Гладкая неустойчивость*

На гладкой горизонтальной парте стоит вертикальный легкий несжимаемый стержень длины $l = 14$ см, на концах которого закреплены маленькие шарики массами nm и m. Стержень лёгким толчком выводят из неустойчивого положения равновесия.

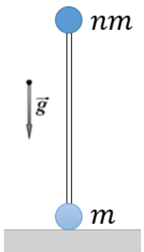


Рис. 1: К задаче 11-1

1.1. При каком n смещение нижнего шарика к моменту удара верхнего о горизонтальную поверхность будет равно $\frac{6l}{7}$?

1.2. Найдите скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

Решение

Центр масс гантельки находится в точке C, расположенной на высоте $\frac{n}{n+1}l$ от поверхности.

После того, как гантельку отпустили без начальной скорости, она начала падать. Так как трение отсутствует, то центр масс гантельки будет двигаться вниз по вертикали. Величина перемещения нижнего шарика к моменту удара верхнего о поверхность равна $\Delta r = \frac{n}{n+1}l$. Отсюда, очевидно, $n = 6$.

Скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности, равна $v = \sqrt{2gl} = 1,7$ м/с.

Ответ:

1.1) 6

1.2) 1,7

Задача 1-2 *Гладкая неустойчивость*

На гладкой горизонтальной парте стоит вертикальный легкий несжимаемый стержень длины $l = 14$ см, на концах которого закреплены маленькие шарики массами nm и m. Стержень лёгким толчком выводят из неустойчивого положения равновесия.

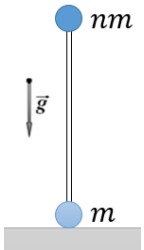


Рис. 2: К задаче 11-1

1.1. При каком n смещение нижнего шарика к моменту удара верхнего о горизонтальную поверхность будет равно $\frac{5l}{6}$?

1.2. Найдите скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

Ответ:

1.1) 5

1.2) 1,7

Задача 2-1 *Шайба Лоренца*

Небольшую шайбу массой $m = 0,020$ кг и электрическим зарядом $q = 5{,}2$ мКл удерживают на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 55^\circ$ и коэффициентом трения $\mu = 1,0$. Однородное магнитное поле индукцией $B = 2,4$ Тл перпендикулярно наклонной плоскости. Шайбу отпускают без начальной скорости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

2.1. Определите величину установившейся скорости шайбы $\vec{v}^*$ через достаточно большой промежуток времени. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

2.2. Под каким углом к линии, перпендикулярной вершине наклонной плоскости, движется шайба в установившемся режиме? Ответ дайте в градусах с точностью до целых.

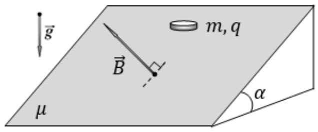
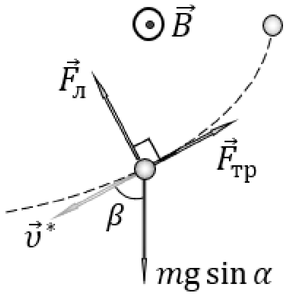


Рис. 3: К задаче 11-2

Решение

Рассмотрим движение шайбы по наклонной плоскости (будем считать, что она «горизонтальна»). При таком подходе вектор $\vec{g}$ следует заменить на т.н. «эффективный» вектор $\vec{g^*}$, действующий вниз вдоль наклонной плоскости (к её основанию) и равный по модулю $g^* = g\sin\alpha$. Данное направление называется условной (эффективной) вертикалью.

На начальном этапе (при небольшой скорости) шайба будет скользить вниз по условной вертикали (к основанию наклонной плоскости), поскольку на этом этапе сила Лоренца сравнительно мала. Однако по мере разгона шайбы будет увеличиваться сила Лоренца, которая, согласно правилу левой руки, будет всё сильнее «отклонять» шайбу в сторону (влево на рисунке).



Заметим, что при этом будет увеличиваться вертикальная проекция силы Лоренца $\vec{F}_Л$, притормаживающая шайбу. Соответственно, при некоторой скорости $\vec{v^*}$ разгон шайбы прекратится, т.е. её скорость перестанет изменяться как по модулю, так и по направлению. Поскольку на шайбу действуют три силы, то в установившемся режиме ($\vec{a} = \vec{0}$) их сумма должна быть равна нулю.

Следовательно

$$\vec{F}_{\text{Л}} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g^*} = \vec{0}$$

Поскольку сила трения скольжения $\vec{F}_{\text{тр}}$ направлена против вектора скорости $\vec{v}^*$, а сила Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}}$ перпендикулярна ему, то треугольник сил на рисунке будет прямоугольным.

Запишем для него теорему Пифагора

$$m^2 g^2 \sin^2 \alpha = q^2 \left(v^*\right)^2 B^2 + \mu^2 m^2 g^2 \cos^2 \alpha$$

Откуда находим модуль установившейся скорости шайбы

$$v^* = \frac{mg}{qB} \sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha} = 9,4 \text{ м/с}.$$

Поскольку скорость – векторная величина, то обязательно необходимо указать её направление на наклонной плоскости. Для этого из прямоугольного треугольника сил вычислим угол β с «вертикалью»

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{\mu mg \cos \alpha}{mg \sin \alpha} \right) = 46^\circ.$$

Ответ: 2.1) 9,4

2.2) 46

Задача 2-2 *Шайба Лоренца*

Небольшую шайбу массой $m = 0,030$ кг и электрическим зарядом $q = 4{,}2$ мКл удерживают на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 62^\circ$ и коэффициентом трения $\mu = 1,0$. Однородное магнитное поле индукцией $B = 1,2$ Тл перпендикулярно наклонной плоскости. Шайбу отпускают без начальной скорости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

2.1. Определите величину установившейся скорости шайбы $\vec{v}^*$ через достаточно большой промежуток времени. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

2.2. Под каким углом к линии, перпендикулярной вершине наклонной плоскости, движется шайба в установившемся режиме? Ответ дайте в градусах с точностью до целых.

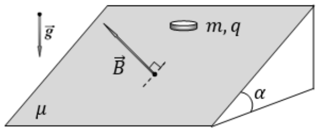


Рис. 4: К задаче 11-2

Ответ: 2.1) 44,5

2.2) 58

Задача 3-1 *Электронаклонный маятник*

Положительно заряженная бусинка массы $m = 10$ г, несущая на себе заряд $q = 1$ мкКл, может без трения скользить по наклонному тонкому непроводящему стержню, составляющему угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. На нижнем конце стержня расположен положительный заряд $Q = 10$ мкКл. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Константа пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

3.1. Найдите, на каком расстоянии l_0 от конца стержня находится положение равновесия бусинки. Ответ дайте в см с точностью до целых.

3.2. Найдите период T малых колебаний вблизи этого положения равновесия. Ответ дайте в секундах с точностью до десятых.

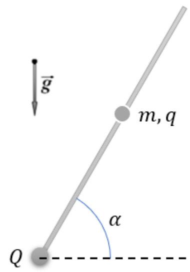


Рис. 5: К задаче 11-3

Решение

Для нахождения положения равновесия проанализируем зависимость потенциальной энергии $U(l)$ от расстояния между точечным зарядом и заряженной бусинкой:

$$U(l) = mgl\sin\alpha + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{l}$$

Для этого найдем минимум функции $U(l)$, используя производную:

$$\frac{dU}{dl} = mg\sin\alpha - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l^2} = 0$$

Отсюда равновесное расстояние между зарядами:

$$l_0 = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 mg\sin\alpha}} = 134 \text{ см.}$$

Отметим, что данный результат можно было получить и без использования производной, записав проекцию второго закона Ньютона на стержень:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F_K}$$

$$ma_\xi = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l^2} = 0$$

Для нахождения периода колебаний вблизи этого положения равновесия рассмотрим малое отклонение ξ от положения равновесия:

$$m\ddot{\xi} = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\left(l_0+\xi\right)^2} = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l_0^2\left(1+\frac{\xi}{l_0}\right)^2}$$

Воспользуемся разложением $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$, справедливым при малых x.

$$m\ddot{\xi} = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l_0^2}\left(1-\frac{2\xi}{l_0}\right) = -\frac{qQ\xi}{2\pi\varepsilon_0 l_0^3}$$

Получили, что возвращающая сила прямо пропорциональна величине смещения от положения равновесия, что означает, что малые колебания такой системы являются гармоническими с периодом:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 l_0^3 m}{qQ}} = 2{,}3 \text{ с.}$$

.

Ответ:

3.1) 134

3.2) 2,3

Задача 3-2 *Электронаклонный маятник*

Положительно заряженная бусинка массы $m = 15$ г, несущая на себе заряд $q = 2$ мкКл, может без трения скользить по наклонному тонкому непроводящему стержню, составляющему угол $\alpha = 60°$ с горизонтом. На нижнем конце стержня расположен положительный заряд $Q = 5$ мкКл. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Константа пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

3.1. Найдите, на каком расстоянии l_0 от конца стержня находится положение равновесия бусинки. Ответ дайте в см с точностью до целых.

3.2. Найдите период T малых колебаний вблизи этого положения равновесия. Ответ дайте в секундах с точностью до десятых.

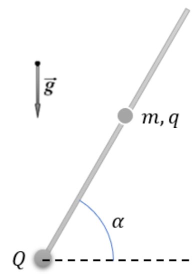


Рис. 6: К задаче 11-3

Ответ:

3.1) 83

3.2) 1,4

Задача 4-1 *Сверхпроводящие рельсы*

На бесконечных параллельных сверхпроводящих рельсах, расстояние между которыми равно $L = 1$ м, лежит массивный сверхпроводящий стержень. Рельсы соединены при помощи последовательно соединённого источника ЭДС $\mathcal{E}$ и резистора $R = 100$ Ом. Система находится в однородном магнитном поле $B = 2$ мТл, перпендикулярном плоскости рисунка. После начала движения установившаяся скорость стержня равна $v_1 = 500$ м/с. Самоиндукцией проводов и стержня пренебречь.

4.1. Определите ЭДС источника. Ответ дайте в В с точностью до целых.

Стержень останавливают и возвращают в исходное положение. В состоянии покоя к нему начинают прикладывать силу $F = 2$ Н, направленную вправо.

4.2. Какова была сила тока I' в момент, когда скорость изменения кинетической энергии стержня впервые была равна мгновенной мощности, выделяющейся на резисторе? Ответ дать в мА с точностью до целых.

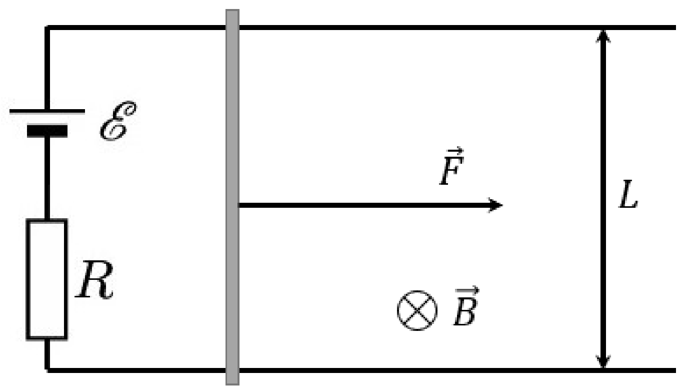


Рис. 7: К задаче 11-4

Решение

При движении проводника длины L со скоростью v в магнитном поле в нем наводится ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E}_{ind} = vBL.$$

В установившемся режиме ЭДС индукции и ЭДС источника равны другу другу, ток в цепи отсутствует, ускорение стержня равно нулю. Отсюда получаем

$$\mathcal{E} = v_1 BL = 1 \text{ В}.$$

Запишем второе правило Кирхгофа и второй закон Ньютона для случая движения стержня под действием внешней силы, и выразим через силу тока мгновенную скорость и ускорение перемычки

$$\mathcal{E} - v_x BL = IR \to v_x = \frac{\mathcal{E} - IR}{BL},$$
$$ma_x = F + ILB \to a_x = \frac{F + ILB}{m}.$$

Условие равенства мощности, выделяющейся на резисторе, и скорости изменения кинетической энергии запишется в виде

$$I^2 R = m v_x a_x.$$

С учетом выражений для мгновенной скорости и ускорения получаем

$$I^2 R = \frac{(\mathcal{E} - IR)(F + ILB)}{BL} \to I = \frac{\sqrt{\left(\frac{FR}{BL} - \mathcal{E}\right)^2 + \frac{8FR\mathcal{E}}{BL}} - \frac{FR}{BL} + \mathcal{E}}{4R} = 10 \text{ мА}.$$

Ответ: 4.1) 1
4.2) 10

Задача 4-2 *Сверхпроводящие рельсы*

На бесконечных параллельных сверхпроводящих рельсах, расстояние между которыми равно $L = 0,5$ м, лежит массивный сверхпроводящий стержень. Рельсы соединены при помощи последовательно соединённого источника ЭДС $\mathcal{E}$ и резистора $R = 100$ Ом. Система находится в однородном магнитном поле $B = 4$ мТл, перпендикулярном плоскости рисунка. После начала движения установившаяся скорость стержня равна $v_1 = 500$ м/с. Самоиндукцией проводов и стержня пренебречь.

4.1. Определите ЭДС источника. Ответ дайте в В с точностью до целых.

Стержень останавливают и возвращают в исходное положение. В состоянии покоя к нему начинают прикладывать силу $F = 2$ Н, направленную вправо.

4.2. Какова была скорость v_2 стержня в момент, когда скорость изменения кинетической энергии стержня впервые была равна мгновенной мощности, выделяющейся на резисторе? Ответ дать в м/с с точностью до десятых.

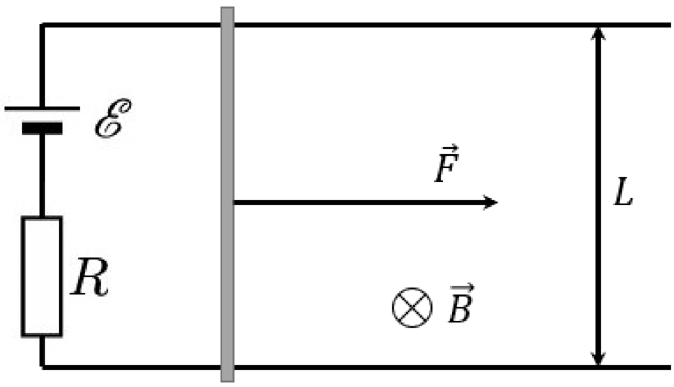


Рис. 8: К задаче 11-4

Ответ:

4.1) 1

4.2) 0

Задача 5 *Термомеханический делитель*

Юный экспериментатор Сергей придумал термомеханический делитель теплоты. Он разделил цилиндрический сосуд длины $2L = 2$ м тонким теплонепроводящим поршнем пополам. Поместил в каждую половину по $\nu = 1$ моль газа. Левая часть цилиндра подсоединена к идеальному теплоприемнику (термостату), поддерживающему внутри левой части температуру $T = 300$ К, в правой части сосуда находится изначально выключенный нагреватель. Поршень прикреплен к основанию правого цилиндра пружиной жесткости $k = 2$ кН/м. Включив нагреватель, Сергей подвел теплоту $Q = 20$ кДж к газу в правой части сосуда, после чего поршень сместился влево на расстояние $a = L/2$. Газ считайте одноатомным и идеальным. Пружина изначально недеформирована. Начальная температура газа в обеих половинах делителя теплоты равна T. Теплообменом с окружающей средой, кроме термостата, можно пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

Определите долю теплоты $\eta = \frac{Q'}{Q} \cdot 100\%$, переданной термостату. Ответ дайте в процентах с точностью до целых.

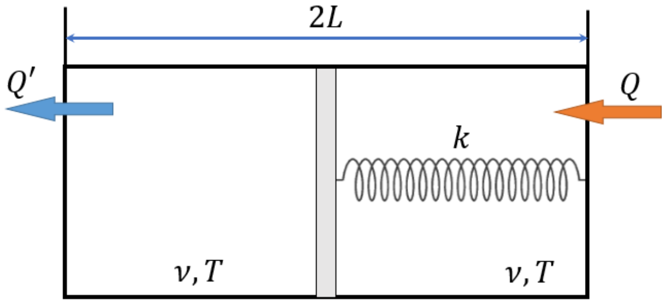


Рис. 9: К задаче 11-5

Рассмотрим промежуточное положение поршня, когда он сместился на величину y от своего первоначального положения. Пусть при этом давление газа в правой части сосуда равно p_2, а в левой p_1. Поскольку поршень при этом находится в равновесии, то сумма сил, действующих на поршень, равна нулю:

$$(p_2 - p_1) S - ky = 0$$

где S-площадь поршня. При последующем небольшом перемещении поршня Δy полная работа газа ΔA равна $\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2$, где ΔA_2 - работа газа правой части, ΔA_1 - работа газа левой части, причем

$$\Delta A_1 + \Delta A_2 = p_2 \Delta y S - p_1 \Delta y S = (p_2 - p_1) \Delta y S = ky\Delta y$$

Таким образом, к моменту смещения поршня на величину $x = l/2$ полная работа газа будет равна потенциальной энергии, запасенной в пружине:

$$A = \frac{k}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Если к газу в правой части подвели количество теплоты Q, а газ в левой части передал количество теплоты Q' термостату, то полное сообщенное системе количество теплоты будет $Q - Q'$, и можно написать (1-й закон термодинамики)

$$Q - Q' = \frac{k}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \Delta U,$$

где ΔU - изменение внутренней энергии газа. Поскольку поршень нетеплопроводящий, то температура газа слева не меняется и все изменение внутренней энергии газа ΔU обусловлено нагревом газа справа на ΔT, причем для n молей идеального газа $\Delta U = n(3/2)R\Delta T$.

Повышение температуры ΔT найдем из условия равновесия в конце процесса.

Давление газа p в правой части сосуда в соответствии с законом Менделеева - Клапейрона равно $p = nR(T + \Delta T)/[S(l + l/2)]$, с другой стороны, оно должно быть равно сумме давления газа слева $p' = = nRT/[S(l - l/2)]$ и давления, создаваемого пружиной, $p'' = kl/(2S)$, т. е.

$$2nR(T + \Delta T)/(3Sl) = 2nRT/(Sl) + kl/2S.$$

Отсюда находим, что $\Delta T = 2T + 3kl^2/(4nR)$, и получаем

$$Q' = Q - 3nRT - (5/4)kl^2$$

Доля теплоты:

$$\eta = \frac{Q'}{Q} \cdot 100\% = 100\% \cdot \left(1 - \frac{3nRT + (5/4)kl^2}{Q}\right)$$

Ответ: 50

Задача 5 *Термомеханический делитель*

Юный экспериментатор Сергей придумал термомеханический делитель теплоты. Он разделил цилиндрический сосуд длины $2L = 2$ м тонким теплонепроводящим поршнем пополам. Поместил в каждую половину по $\nu = 1$ моль газа. Левая часть цилиндра подсоединена к идеальному теплоприемнику (термостату), поддерживающему внутри левой части температуру $T = 400$ К, в правой части сосуда находится изначально выключенный нагреватель. Поршень прикреплен к основанию правого цилиндра пружиной жесткости $k = 3$ кН/м. Включив нагреватель, Сергей подвел теплоту $Q = 25$ кДж к газу в правой части сосуда, после чего поршень сместился влево на расстояние $a = L/2$. Газ считайте одноатомным и идеальным. Пружина изначально недеформирована. Начальная температура газа в обеих половинах делителя теплоты равна T. Теплообменом с окружающей средой, кроме термостата, можно пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

Определите долю теплоты $\eta = \frac{Q'}{Q} \cdot 100\%$, переданной термостату. Ответ дайте в процентах с точностью до целых.

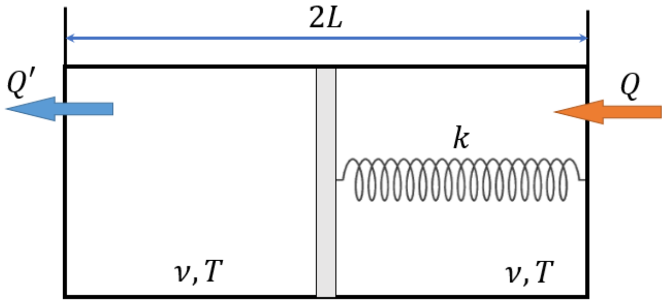


Рис. 10: К задаче 11-5

Ответ: 45