

Задача 1. Человек стреляет из пушки по мишени. На расстоянии 300 м от него стоит стенка высотой 120 м, за которой на расстоянии 100 м на земле стоит мишень. С какой скоростью ядро вылетит из пушки при удачном выстреле?

Решение :

Обозначим за l расстояние от стенки до мишени, за h высоту на котором пролетело ядро на расстоянии l до мишени. Известно, что тело в поле тяжести движется по параболе: $y = c - ax^2$, при этом точки (l, h) и $(2l, 0)$ принадлежат этой кривой. Находим, что $c = \frac{4}{3}h$. Начальную скорость v можно найти из теоремы Пифагора, зная проекции скорости на координатные оси. Из закона сохранения энергии найдем $v_y = \sqrt{2gc}$. Записав уравнения движения в проекции на оси x и y , найдем $v_x = l\sqrt{\frac{2g}{c}}$. Подставляя, находим:

$$v = \sqrt{\frac{l^2 3g}{2h} + \frac{8gh}{3}},$$

где $h > 120$ м – условие, что ядро пролетело выше стенки. Кроме того при $h = 120$ м скорость будет минимальна, т. к. в этом случае уже $v_x < v_y$.

Ответ : $v > 66,7$ м/с.

Критерии :

Любое верное и обоснованное решение оценивается в 5 баллов (максимальный балл за задачу).

Правильно записаны уравнения движения (+2).

Получено выражение для v и указано, что $h > 120$ м (+2).

Показано, что $v - \min$, при $h = 120$ м (+1).

Задача 2. В пруд закинули деревянный шар объема V , с тонкой железной ручкой длиной L . При какой минимальной массе ручки шар будет лежать на дне водоема? Плотности воды ρ_1 и дерева ρ_2 считайте известными.

Решение :

На деревянный шар в воде действует сила Архимеда и сила тяжести. Ручка тонкая, поэтому воздействием силы Архимеда на нее можно пренебречь. Чтобы найти условие при котором шар будет лежать на дне, требуется записать уравнение моментов: $gV(\rho_1 - \rho_2) = \frac{gM}{2}$.

Ответ : $M = 2V(\rho_1 - \rho_2)$.

Критерии :

Любое верное и обоснованное решение оценивается в 5 баллов (максимальный балл за задачу).

Показано, что требуется написать уравнение моментов (+3).

Правильно отмечены силы, действующие на систему (+2).

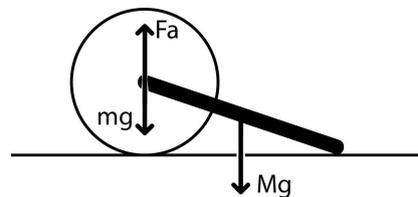


Рис. к задаче 3

Задача 3. В квадрате 3×3 соседние узлы соединены через резисторы с сопротивлением 1 Ом. Чему равно сопротивление между противоположными углами квадрата?

Решение :

Учитывая симметрию системы, можно существенно упростить данную схему. Во-первых, система симметрична относительно диагонали АВ, во-вторых, поменяв полярность и развернув схему на 180° , можно совместить ее саму с собой, в-третьих можно размыкать узлы, между которыми не течет ток. Полностью упрощенная схема требует только знания правил последовательного и параллельного соединения проводников.

Ответ : 13/7 Ом.

Критерии :

Любое верное и обоснованное решение оценивается в 5 баллов (максимальный балл за задачу).

Использована симметрия системы для упрощения схемы (+1 за способ).

Дан верный ответ (5).

Задача 4. На полу лежит брусок, массой $m = 1$ кг соединенный первой пружиной, жесткостью $k = 10$ Н/м с неподвижной стенкой. На нем лежит второй такой же брусок, соединенный второй пружиной такой же жесткости, с ручкой. Сначала обе пружины расслаблены, и ручку начинают тянуть в направлении от стенки, медленно увеличивая силу, пока верхний брусок не двинется с нижнего. Приняв, что коэффициент трения между полом и бруском равен $\mu_1 = 0,1$, а между брусками равен $\mu_2 = 0,8$, постройте график $x_2(x_1)$, где x_1 — деформация первой пружины, x_2 — деформация второй пружины, и найдите площадь под графиком в см^2 .

Решение :

Будем предполагать, что движение происходит равномерно, и настолько медленно, что можно пренебречь ускорением.

Пока $kx_2 < \mu_1 2mg$ бруски покоятся, только растягивается 2 пружина.

Когда $kx_2 > \mu_1 2mg$ оба бруска будут двигаться как целое, при этом $x_2 = x_1 + \frac{2mg\mu_1}{k}$.

Как только $kx_2 = mg\mu_2$, бруски станут двигаться относительно друг друга.

Ответ : $S = 3000 \text{ см}^2$.

Критерии :

Любое верное и обоснованное решение оценивается в 5 баллов (максимальный балл за задачу).

Правильно описано движение системы (+3).

Построен график (+1).

Рассчитан ответ (+1).

Задача 5. На наклонной плоскости покоятся два груза, соединенные стержнем. Найдите угол между стержнем и горизонтом, если $\alpha = 30^\circ$ а масса правого груза вдвое больше левого.

Решение :

Требуется записать уравнения Ньютона для каждого бруска в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси. Будем считать первым левый брусок, а правый вторым. Понадобятся уравнения:

$$N_2 \cos \alpha = m_2 g + T \sin \beta$$

$$N_2 \sin \alpha = T \cos \beta$$

$$T \sin \beta = m_1 g$$

$$\text{Решая систему получаем: } \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

Ответ : 30° .

Критерии :

Любое верное и обоснованное решение оценивается в 5 баллов (максимальный балл за задачу).

Правильно составлена система уравнений (+3).

Получена конечная формула или численный ответ (+2).