

Олимпиада «Курчатов»
2017–18 учебный год
Заключительный этап

9 класс

Задача 1

Условие

Тело свободно падает без начальной скорости с некоторой высоты H и за последнюю секунду своего падения проходит путь в 3 раза больший, чем за всё остальное время падения. Вычислите высоту H . Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$, сопротивление воздуха не учитывайте.

Возможное решение

Путь, пройденный телом за последнюю секунду, как следует из условия, равен $\frac{3}{4}H$, а перед этим пройден путь $\frac{1}{4}H$. Пусть t — полное время падения, а $\tau = 1 \text{ с}$. Тогда $H = gt^2/2$, $\frac{1}{4}H = g(t - \tau)^2/2$. Получаем

$$gt^2 = 4g(t - \tau)^2, \text{ откуда } t = 2\tau = 2 \text{ с.}$$

Окончательно,

$$H = \frac{gt^2}{2} = 20 \text{ м.}$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно записан закон движения при свободном падении 2 балла

Получено выражение для пути за последнюю секунду или для пути за всё время, кроме последней секунды 1 балл

Записан правильный ответ 2 балла

Задача 2

Условие

Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз массой $m = 2 \text{ кг}$, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 90 оборотов в минуту. Коэффициент жёсткости жгута $k = 700 \text{ Н/м}$, его длина в недеформированном состоянии 1 см.

1. Рассчитайте угловую скорость ω груза.
2. Найдите длину жгута l .

Возможное решение

Частота обращения $\nu = 90 \text{ мин}^{-1} = 1,5 \text{ Гц}$, угловая скорость

$$\omega = 2\pi\nu \approx 9,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, направленную вдоль жгута к неподвижному концу:

$$k(l - l_0) = m\omega^2 l, \quad \text{откуда} \quad l = \frac{k}{k - m\omega^2} l_0 \approx 1,34 \text{ см.}$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно вычислена угловая скорость.....	1 балл
Правильно применён закон Гука	1 балл
Правильно записан второй закон Ньютона	1 балл
Получен верный ответ	2 балла

Задача 3

Условие

Сплошной однородный цилиндр из материала с плотностью $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ плавает в сосуде, заполненном двумя несмешивающимися жидкостями (рис. 1). Плотности жидкостей $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, верхняя грань цилиндра параллельна уровню жидкости и выступает над ним на $a = 1 \text{ см}$. Высота цилиндра $h = 12 \text{ см}$. Найдите толщину x слоя верхней жидкости.

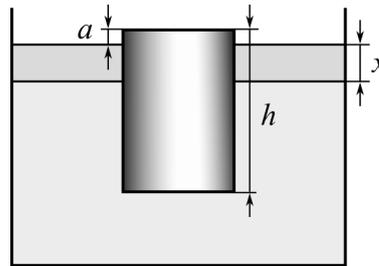


Рис. 1

Возможное решение

Сверху в сосуде будет находиться жидкость с меньшей плотностью ρ_2 . Пусть площадь поперечного сечения цилиндра равна S , тогда объём цилиндра равен Sh , объём части, погруженной в верхнюю жидкость, равен Sx , объём части, погруженной в нижнюю жидкость, равен $S(h - a - x)$. Запишем условие плавания цилиндра:

$$\rho gSh = \rho_1 gS(h - a - x) + \rho_2 gSx, \quad \text{откуда} \quad x = \frac{(\rho_1 - \rho)h - \rho_1 a}{\rho_1 - \rho_2} = 1 \text{ см.}$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Из решения явно видно, что сверху жидкость с плотностью ρ_2	2 балла
(если жидкости перепутаны, баллы не ставятся только в этом пункте)	
Правильно использован закон Архимеда	1 балл
Записано условие плавания.....	1 балл
Получен ответ.....	1 балл

Задача 4

Условие

В калориметре смешали $m_1 = 100 \text{ г}$ воды, имеющей температуру $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, и $m_2 = 50 \text{ г}$ воды, имеющей температуру $t_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. Найдите температуру t_3 смеси. Сколько ещё воды, взя-

той при температуре $t_4 = 60\text{ }^\circ\text{C}$ нужно долить в калориметр, чтобы в нём установилась температура $t_5 = 40\text{ }^\circ\text{C}$? Потерями тепла можно пренебречь.

Возможное решение

Пусть c — удельная теплоёмкость воды. Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$cm_1(t_3 - t_1) = cm_2(t_2 - t_3), \quad \text{откуда } t_3 = 30\text{ }^\circ\text{C}.$$

Найдём массу воды m_3 , которую необходимо долить:

$$c(m_1 + m_2)(t_5 - t_3) = cm_3(t_4 - t_5), \quad \text{откуда } m_3 = 75\text{ г}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Уравнение теплового баланса в первом случае.....	1 балл
Найдена t_3	1 балл
Уравнение теплового баланса во втором случае.....	2 балла
Найдена m_3	1 балл

Задача 5

Условие

Из идеального диода D и двух резисторов собрана электрическая цепь, схема которой показана на рисунке 2. Школьник Иннокентий измерил с помощью омметра сопротивление между клеммами А и В. Прибор показал значение 30 кОм. Затем Иннокентий изменил полярность подключения омметра и вновь измерил сопротивление между А и В. В этот раз прибор показал сопротивление 12 кОм. Помогите Иннокентию вычислить сопротивления резисторов R_1 и R_2 .

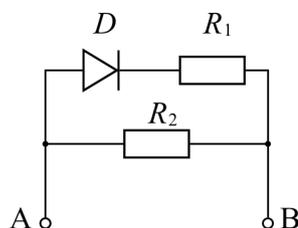


Рис. 2

Возможное решение

Показания прибора при первом измерении оказываются больше, чем при втором, потому что в первый раз диод был закрыт и прибор показал сопротивление резистора R_2 . То есть $R_2 = 30\text{ кОм}$. Во второй раз диод открылся и омметр показал сопротивление двух резисторов, соединённых параллельно:

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 12\text{ кОм}, \quad \text{откуда } R_1 = 20\text{ кОм}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Указано, что изначально диод закрыт, а затем открыт	2 балла
Найдено сопротивление R_2	1 балл
Найдено сопротивление R_1	2 балла