

Олимпиада «Курчатов»

2017–18 учебный год

Заключительный этап

7 класс

Задача 1

Условие

На графике представлена зависимость пройденного телом пути от его скорости. Определите среднюю скорость движения тела на всём пути.

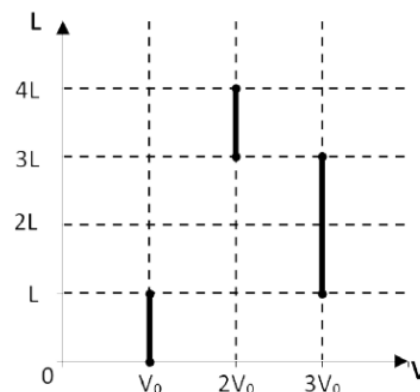


Рис. к задаче 1

Возможное решение

Запишем формулу для средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{4L}{t_1 + t_2 + t_3} \quad (1)$$

В нашем случае: $t_1 = \frac{L}{v_0}$, $t_2 = \frac{2L}{3v_0}$, $t_3 = \frac{L}{2v_0}$. Подставляя данные в формулу (1), окончательно получим: $v_{\text{ср}} = \frac{24}{13} v_0$

Критерии оценивания

Записана формула для средней скорости – 1 балл

Определены интервалы пути – 1 балл

Посчитано время движения – 1 балл

Подставлены значения в формулу для средней скорости и получен правильный ответ – 2 балла.

Любое верное решение оценивается в пять баллов.

Задача 2

Условие

Отличник Вася и троечник Петя собирали модели роботов. Петя собрал свою модель таким образом, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, а плотность головы в пять раз больше плотности оставшейся части тела. Вася собрал свою модель так, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, но

плотность головы в пятьдесят раз больше плотности оставшейся части тела. Во сколько раз плотность Васиного робота больше плотности робота Пети?

Возможное решение

Запишем формулу для определения плотности тела. В случае робота Васи:

$$\rho_{\text{В}} = \frac{m_{\text{Т}} + m_{\text{Г}}}{V_{\text{Т}} + V_{\text{Г}}} = \frac{\rho_{\text{Т}} 20V_{\text{Г}} + 50\rho_{\text{Т}}V_{\text{Г}}}{21V_{\text{Г}}} = \frac{70}{21}\rho_{\text{Т}}.$$

Для Петиного робота:

$$\rho_{\text{П}} = \frac{m_{\text{Т}} + m_{\text{Г}}}{V_{\text{Т}} + V_{\text{Г}}} = \frac{\rho_{\text{Т}} 20V_{\text{Г}} + 5\rho_{\text{Т}}V_{\text{Г}}}{21V_{\text{Г}}} = \frac{25}{21}\rho_{\text{Т}}.$$

Окончательно найдём:

$$\frac{\rho_{\text{В}}}{\rho_{\text{П}}} = 2,8$$

Критерии оценивания

Определена плотность Васиного робота – 1 балл

Определена плотность Петиного робота – 1 балл

Получен правильный ответ – 3 балла.

Задача 3

Условие

Богатырь Илья собрал специальный эспандер для тренировок, жёсткости пружин указаны на рисунке. Во сколько раз жёсткость такого эспандера больше жёсткости эспандера, в котором все пружины соединены последовательно? Как необходимо соединить пружины, чтобы жесткость была максимальной? Считать, что $k_1=100$ Н/м, $k_2=200$ Н/м, $k_3=300$ Н/м.

Возможное решение

Данную систему можно представить, как три пружины различной жёсткости соединённых последовательно. Таким образом, справедлива следующая формула:

$$\frac{1}{k_{\text{эсп}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_2} + \frac{1}{k'_3}$$

Где $k'_2 = 2k_2$ $k'_3 = 3k_3$. Получим значение для $k_{\text{эсп}} = \frac{3600}{49} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Если все пружины соединить последовательно, то

$$\frac{1}{k_{\text{посл}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{2}{k_2} + \frac{3}{k_3}$$

Значит $k_{\text{посл}} = \frac{100}{3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, окончательно получаем $\frac{k_{\text{эсп}}}{k_{\text{посл}}} = \frac{108}{49}$.

Максимальная жёсткость будет в том случае, если все пружины соединить параллельно друг другу.

Критерии оценивания

Посчитаны жёсткости составных частей эспандера – 1 балл

Определена жёсткость эспандера – 1 балл

Вычислена жёсткость пружин в случае их последовательного соединения – 1 балл

Найдено отношение жёсткостей систем пружин – 1 балл

Сказано, в каком случае жёсткость будет максимальной – 1 балл.

Задача 4

Условие

Медный кубик с длиной ребра 20 см плавает в сосуде с ртутью. Затем в этот сосуд наливают воду вровень с верхней гранью кубика. Найдите высоту установившегося слоя воды. Плотность меди $\rho_m=8900\text{кг/м}^3$, плотность ртути $\rho_{рт}=13600\text{кг/м}^3$, плотность воды $\rho_v=1000\text{кг/м}^3$

Возможное решение

Так как кубик находится в равновесии, то сила тяжести уравновешивается силами Архимеда, действующими вверх. Обозначим длину ребра кубика через a , площадь основания – S .

Запишем условие, при котором кубик находится в равновесии:

$$\rho_m g a s = \rho_{рт} g s (a - h_v) + \rho_v g s h_v$$

Выразим искомую величину: $h_v = \frac{\rho_{рт} - \rho_m}{\rho_{рт} - \rho_v} a$, подставляя численные данные, получим $h_v \approx 7,5$ см.

Критерии оценивания

Обосновано условие равновесия – 1 балл

Верно записано выражение для условия равновесия – 1 балл

Верно произведены преобразования – 2 балл

Получен правильный ответ – 1 балл

Задача 5

Условие

Перед вами карта Крыма, площадь Крыма составляет 27 000 км². Воспользовавшись картой, определите приблизительное расстояние в километрах между городами Краснопереконск и Бахчисарай.

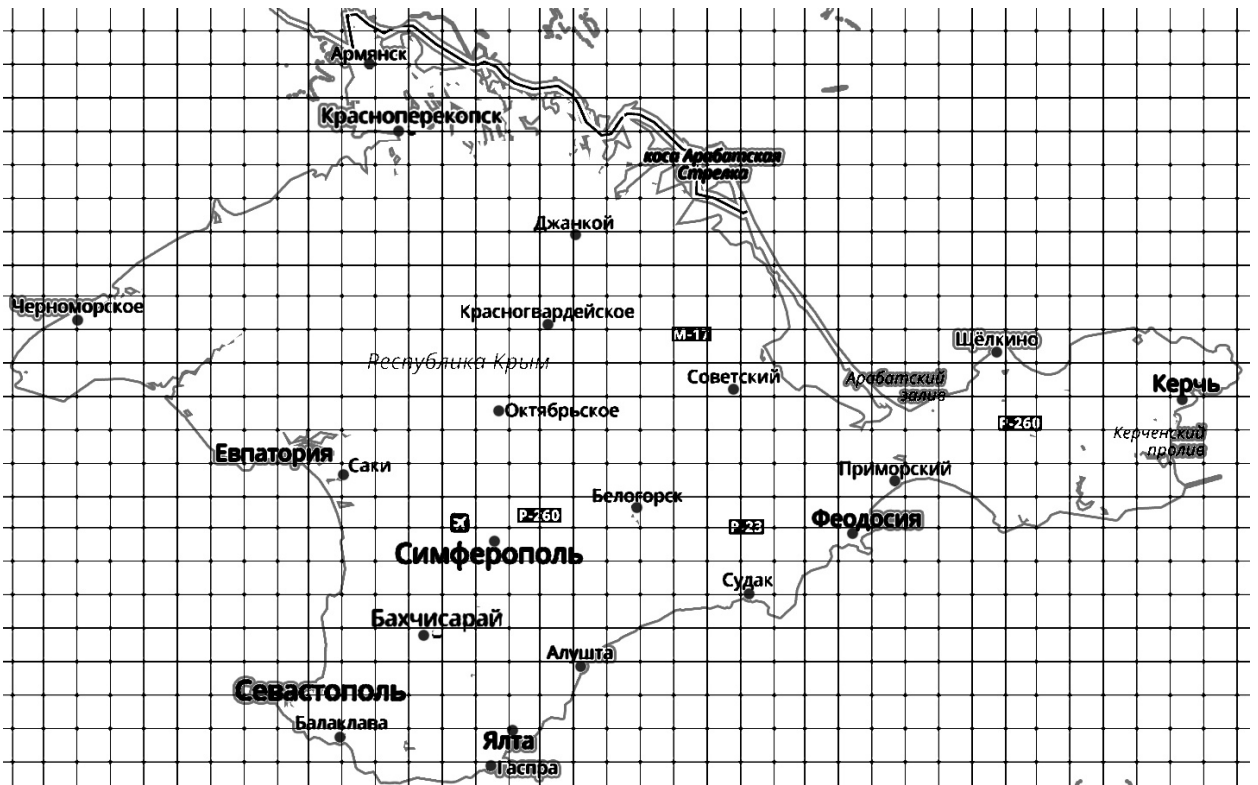


Рис. к задаче 5

Возможное решение

Для определения площади одного квадратика воспользуемся формулой палетки:

$S = (a + 0,5b)c$, где a – количество целых клеточек, b – количество нецелых клеток попавших на карту Крыма, c – площадь одной клетки.

Приблизительные вычисления дают следующий результат:

$a=250$; $b=50$. Зная площадь Крыма, определяем значение $c=98 \text{ км}^2$. Посчитав, что от Краснопереконска до Бахчисарая 15 клеток в длину (практически по прямой), определим расстояние L по формуле: $L = 15\sqrt{c} \approx 148,5 \text{ км}$.

Критерии оценивания

Используется метод палетки – 2 балла

Определена площадь одной клетки (с точностью до 10%) – 1 балл

Записана формула для искомой величины – 1 балл

Получен верный ответ (с точностью до 10 %) – 1 балл