

**Олимпиада «Курчатов»**  
*2017–18 учебный год*  
**Заключительный этап**

**7 класс**

**Задача 1**

**Условие**

На графике представлена зависимость пройденного телом пути от его скорости. Определите среднюю скорость движения тела на всём пути.

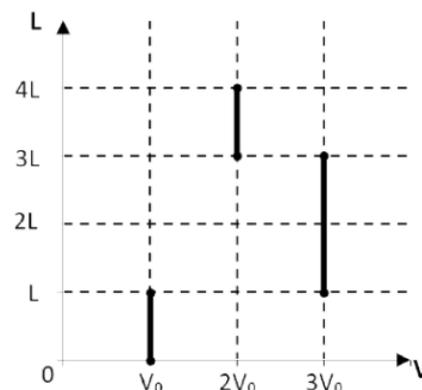


Рис. к задаче 1

**Возможное решение**

Запишем формулу для средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{4L}{t_1 + t_2 + t_3} \quad (1)$$

В нашем случае:  $t_1 = \frac{L}{v_0}$ ,  $t_2 = \frac{2L}{3v_0}$ ,  $t_3 = \frac{L}{2v_0}$ . Подставляя данные в формулу (1), окончательно получим:  $v_{\text{ср}} = \frac{24}{13} v_0$

**Критерии оценивания**

Записана формула для средней скорости – 1 балл

Определены интервалы пути – 1 балл

Посчитано время движения – 1 балл

Подставлены значения в формулу для средней скорости и получен правильный ответ – 2 балла.

Любое верное решение оценивается в пять баллов.

**Задача 2**

**Условие**

Отличник Вася и троечник Петя собирали модели роботов. Петя собрал свою модель таким образом, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, а плотность головы в пять раз больше плотности оставшейся части тела. Вася собрал свою модель так, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, но

плотность головы в пятьдесят раз больше плотности оставшейся части тела. Во сколько раз плотность Васиного робота больше плотности робота Пети?

### Возможное решение

Запишем формулу для определения плотности тела. В случае робота Васи:

$$\rho_{\text{В}} = \frac{m_{\text{Т}} + m_{\text{Г}}}{V_{\text{Т}} + V_{\text{Г}}} = \frac{\rho_{\text{Т}} 20V_{\text{Г}} + 50\rho_{\text{Т}}V_{\text{Г}}}{21V_{\text{Г}}} = \frac{70}{21}\rho_{\text{Т}}.$$

Для Петиного робота:

$$\rho_{\text{П}} = \frac{m_{\text{Т}} + m_{\text{Г}}}{V_{\text{Т}} + V_{\text{Г}}} = \frac{\rho_{\text{Т}} 20V_{\text{Г}} + 5\rho_{\text{Т}}V_{\text{Г}}}{21V_{\text{Г}}} = \frac{25}{21}\rho_{\text{Т}}.$$

Окончательно найдём:

$$\frac{\rho_{\text{В}}}{\rho_{\text{П}}} = 2,8$$

### Критерии оценивания

Определена плотность Васиного робота – 1 балл

Определена плотность Петиного робота – 1 балл

Получен правильный ответ – 3 балла.

### Задача 3

#### Условие

Богатырь Илья собрал специальный эспандер для тренировок, жёсткости пружин указаны на рисунке. Во сколько раз жёсткость такого эспандера больше жёсткости эспандера, в котором все пружины соединены последовательно? Как необходимо соединить пружины, чтобы жесткость была максимальной? Считать, что  $k_1=100$  Н/м,  $k_2=200$  Н/м,  $k_3=300$  Н/м.

#### Возможное решение

Данную систему можно представить, как три пружины различной жёсткости соединённых последовательно. Таким образом, справедлива следующая формула:

$$\frac{1}{k_{\text{эсп}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_2} + \frac{1}{k'_3}$$

Где  $k'_2 = 2k_2$ ,  $k'_3 = 3k_3$ . Получим значение для  $k_{\text{эсп}} = \frac{3600}{49} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ .

Если все пружины соединить последовательно, то

$$\frac{1}{k_{\text{посл}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{2}{k_2} + \frac{3}{k_3}$$

Значит  $k_{\text{посл}} = \frac{100}{3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ , окончательно получаем  $\frac{k_{\text{эсп}}}{k_{\text{посл}}} = \frac{108}{49}$ .

Максимальная жёсткость будет в том случае, если все пружины соединить параллельно друг другу.

### Критерии оценивания

Посчитаны жёсткости составных частей эспандера – 1 балл

Определена жёсткость эспандера – 1 балл

Вычислена жёсткость пружин в случае их последовательного соединения – 1 балл

Найдено отношение жёсткостей систем пружин – 1 балл

Сказано, в каком случае жёсткость будет максимальной – 1 балл.

## Задача 4

### Условие

Медный кубик с длиной ребра 20 см плавает в сосуде с ртутью. Затем в этот сосуд наливают воду вровень с верхней гранью кубика. Найдите высоту установившегося слоя воды. Плотность меди  $\rho_m=8900\text{кг/м}^3$ , плотность ртути  $\rho_{рт}=13600\text{кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_v=1000\text{кг/м}^3$

### Возможное решение

Так как кубик находится в равновесии, то сила тяжести уравновешивается силами Архимеда, действующими вверх. Обозначим длину ребра кубика через  $a$ , площадь основания –  $S$ .

Запишем условие, при котором кубик находится в равновесии:

$$\rho_m g a s = \rho_{рт} g s (a - h_v) + \rho_v g s h_v$$

Выразим искомую величину:  $h_v = \frac{\rho_{рт} - \rho_m}{\rho_{рт} - \rho_v} a$ , подставляя численные данные, получим  $h_v \approx 7,5$  см.

### Критерии оценивания

Обосновано условие равновесия – 1 балл

Верно записано выражение для условия равновесия – 1 балл

Верно произведены преобразования – 2 балл

Получен правильный ответ – 1 балл

## Задача 5

### Условие

Перед вами карта Крыма, площадь Крыма составляет 27 000 км<sup>2</sup>. Воспользовавшись картой, определите приблизительное расстояние в километрах между городами Краснопереконск и Бахчисарай.

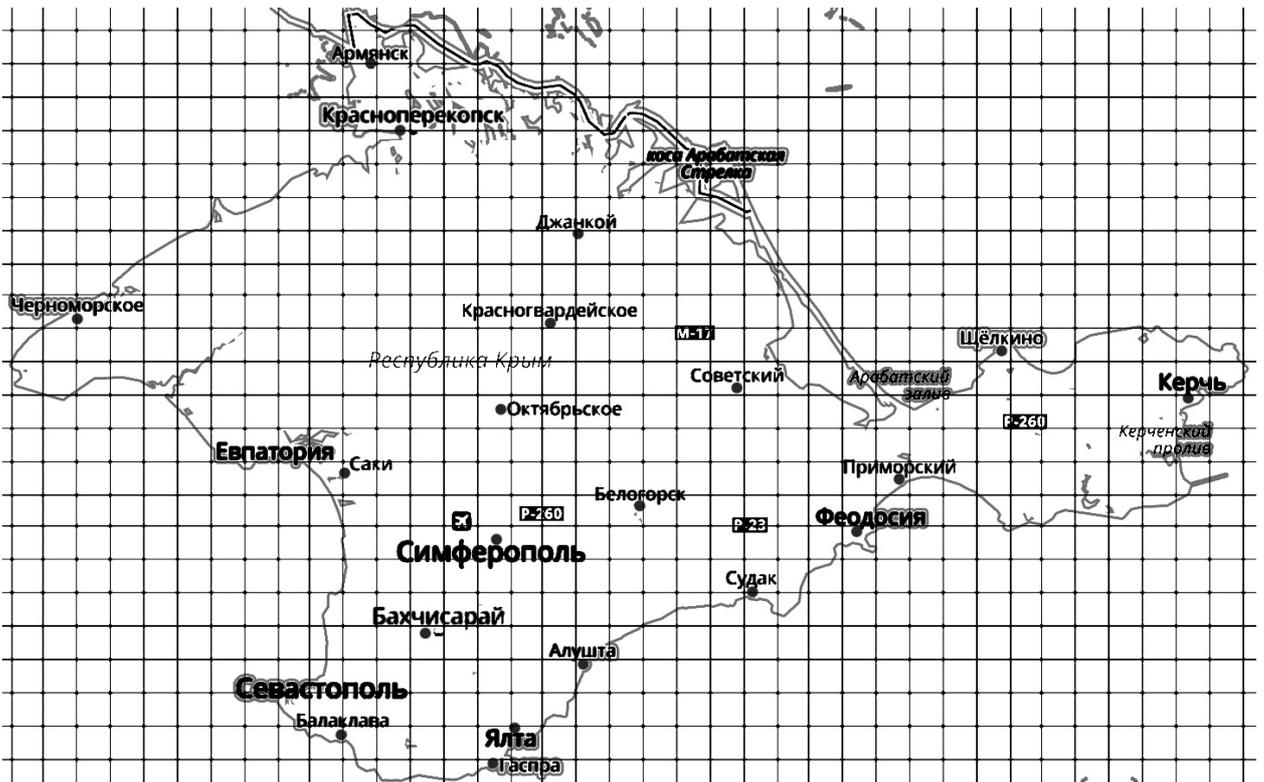


Рис. к задаче 5

### Возможное решение

Для определения площади одного квадратика воспользуемся формулой палетки:

$S = (a + 0,5b)c$ , где  $a$  – количество целых клеточек,  $b$  – количество нецелых клеток попавших на карту Крыма,  $c$  – площадь одной клетки.

Приблизительные вычисления дают следующий результат:

$a=250$ ;  $b=50$ . Зная площадь Крыма, определяем значение  $c=98 \text{ км}^2$ . Посчитав, что от Краснопереконска до Бахчисарая 15 клеток в длину (практически по прямой), определим расстояние  $L$  по формуле:  $L = 15\sqrt{c} \approx 148,5 \text{ км}$ .

### Критерии оценивания

Используется метод палетки – 2 балла

Определена площадь одной клетки (с точностью до 10%) – 1 балл

Записана формула для искомой величины – 1 балл

Получен верный ответ (с точностью до 10 %) – 1 балл