

Олимпиада «Курчатов»
2017–18 учебный год
Заключительный этап

10 класс

Задача 1

Условие

Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 30 оборотов в минуту, при этом жгут имеет длину $l_1 = 80$ см. После того, как угловую скорость вращения груза увеличили в 2 раза, жгут растянулся до длины $l_2 = 140$ см. Коэффициент жёсткости жгута $k = 632$ Н/м.

1. Рассчитайте начальную угловую скорость вращения ω .
2. Рассчитайте длину жгута l_0 в недеформированном состоянии.
3. Найдите массу m груза.

Возможное решение

Частота обращения $\nu = 30 \text{ мин}^{-1} = 0,5 \text{ Гц}$, угловая скорость

$$\omega = 2\pi\nu \approx 3,14 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, направленную вдоль жгута к закреплённому концу, в двух случаях (до и после увеличения угловой скорости):

$$\begin{cases} k(l_1 - l_0) = m\omega^2 l_1, \\ k(l_2 - l_0) = m(2\omega)^2 l_2; \end{cases}$$

Разделив второе уравнение системы на первое, получим

$$\frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0} = 4 \frac{l_2}{l_1}, \quad \text{откуда} \quad l_0 = \frac{3l_1 l_2}{4l_2 - l_1} = 70 \text{ см.}$$

Из первого уравнения системы

$$m = \frac{k(l_1 - l_0)}{\omega^2 l_1} \approx 8,0 \text{ кг.}$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно вычислена угловая скорость.....	1 балл
Правильно применён закон Гука	1 балл
Правильно записан второй закон Ньютона	1 балл
Найдена l_0	1 балл
Найдена m	1 балл

Задача 2

Условие

Два одинаковых груза массой $m = 100$ г каждый соединены лёгкой вертикальной пружиной. Жёсткость пружины $k = 50$ Н/м. Изначально верхний груз удерживают неподвижно, и система находится в равновесии. Затем верхний груз отпускают. Определите начальное удлинение x_1 пружины; максимальное удлинение x_2 пружины в процессе движения. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

Возможное решение

Сила упругости пружины в начальный момент уравновешивала силу тяжести, действующую на нижний груз:

$$kx_1 = mg, \text{ откуда } x_1 = \frac{mg}{k} = 2 \text{ см.}$$

Центр масс системы движется равноускоренно с ускорением g . Пусть через время t после начала движения удлинение пружины максимально. В этот момент скорости грузов должны быть равны: $v_1 = v_2 = v = gt$. Центр масс за это время опустится на $gt^2/2$, верхний груз на $gt^2/2 + x_1 - x_2$, нижний груз на $gt^2/2 - x_1 + x_2$. Запишем закон сохранения механической энергии:

$$mg \left(\frac{gt^2}{2} - x_1 + x_2 \right) + mg \left(\frac{gt^2}{2} + x_1 - x_2 \right) + \frac{kx_1^2}{2} = \frac{2m(gt)^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2}.$$

Отсюда

$$x_2 = x_1 = 2 \text{ см.}$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Найдено x_1	1 балл
Указано, что в момент, когда удлинение пружины максимально, скорости грузов равны между собой.....	1 балл
Указано, что центр масс движется с постоянным ускорением.....	1 балл
Записан закон сохранения механической энергии.....	1 балл
Найдено x_2	1 балл

Задача 3

Условие

Два заряженных металлических шарика отталкиваются друг от друга с силой 3 мН. После того, как каждому шарiku, не меняя расстояние между ними, сообщили дополнительный заряд $+0,2$ мкКл, шарики вновь стали отталкиваться с силой 3 мН. Затем шарики привели в контакт, после чего вновь расположили на том же расстоянии друг от друга, и снова оказалось, что шарики отталкиваются с силой 3 мН. Найдите исходные заряды шариков и расстояние между ними. Форма и размеры шариков одинаковы, размеры шариков много меньше расстояния между ними. Постоянная в законе Кулона $k \approx 9 \cdot 10^9$ (Н · м²)/Кл².

Возможное решение

Пусть исходные заряды шариков равны q_1 и q_2 , а изменение зарядов шариков $\Delta q = +0,2$ мкКл. После изменения зарядов шариков сила взаимодействия не изменилась, следовательно

$$q_1 q_2 = (q_1 + \Delta q)(q_2 + \Delta q), \text{ откуда } q_1 + q_2 = -\Delta q.$$

Шарики одинаковые, поэтому после контакта заряды на шариках должны быть одинаковы и равны q . По закону сохранения заряда $2q = q_1 + q_2 = -\Delta q$. Приравняем силы взаимодействия в первом и третьем случае: $q_1 q_2 = q^2 = \frac{1}{4} \Delta q^2$, а с учётом $q_2 = -\Delta q - q_1$, получаем

$$q_1 = -\frac{\Delta q}{2} = -0,1 \text{ мкКл}, \quad q_2 = -\frac{\Delta q}{2} = -0,1 \text{ мкКл}.$$

По закону Кулона

$$k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{\Delta q^2}{4r^2} = 3 \text{ мН}.$$

Расстояние между шариками

$$r = \frac{\Delta q}{2} \sqrt{\frac{k}{3 \text{ мН}}} \approx 17 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильное использование закона Кулона	1 балл
Получено уравнение $q_1 + q_2 = -\Delta q$	1 балл
Использование закона сохранения заряда	1 балл
Найдены исходные заряды	1 балл
Найдено расстояние	1 балл

Задача 4

Условие

Герметичный цилиндрический сосуд расположен горизонтально и разделён на две части лёгким теплонепроницаемым поршнем, свободно перемещающимся без трения. Боковые стенки сосуда теплоизолированы, а через торцы возможна теплопередача. В обеих частях сосуда находится идеальный газ, начальная температура и давление равны T_0 и p_0 соответственно, начальный объём левой части сосуда равен V_0 , правой части — $2V_0$. Газ слева от поршня начинают нагревать через левый торец, а газ справа от поршня свободно обменивается теплом с окружающей средой, температура которой остаётся постоянной и равной T_0 (рис. 1). Постройте на pV -диаграмме график процесса, происходящего с газом в левой части сосуда. Приведите необходимые пояснения.

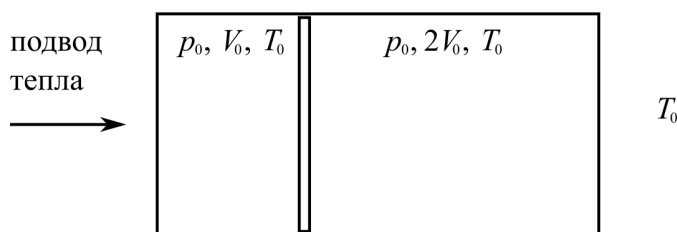
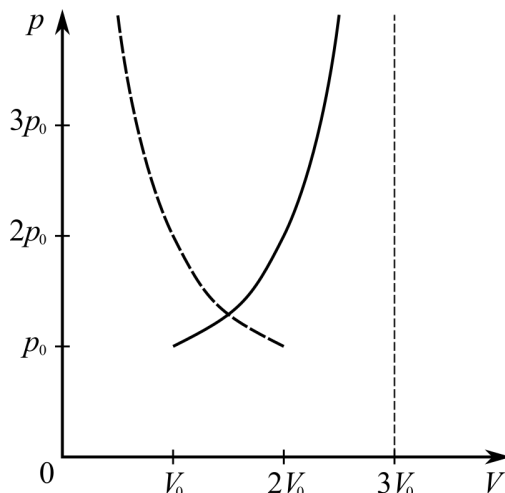


Рис. 1

Возможное решение

Поскольку поршень может свободно двигаться вдоль цилиндра, давление в левой и правой части цилиндра всегда будет одинаково. Газ в правой части сосуда сжимают при постоянной

температуре T_0 . Процессу, совершаемому над этим газом, соответствует изотерма, показанная пунктиром на рисунке:



На сколько уменьшается объём газа в правой части сосуда, на столько же увеличивается объём газа в левой части сосуда. Поэтому на pV -диаграмме график процесса, совершаемого над газом в левой части сосуда, получается из изотермы для газа в правой части отражением относительно вертикальной прямой. Итак, искомый график начинается в точке $(p_0; V_0)$ и показан сплошной линией на рисунке. Данный график имеет вертикальную асимптоту $V = 3V_0$.

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

- Указано, что давление в левой и в правой части сосуда всегда одинаково 1 балл
- Используется постоянство температуры в правой части сосуда 1 балл
- Используется связь объёмов 1 балл
- Указано, что искомый график – это изотерма, отражённая относительно вертикальной прямой..... 1 балл
- Правильно построен график..... 1 балл

Задача 5

Условие

Из четырёх резисторов и идеального диода собрана электрическая цепь, схема которой показана на рисунке 2. Сопротивление $R = 10$ кОм. Определите силу тока, который будет протекать через диод, если к клеммам A и B подключить идеальный источник напряжения $U = 10$ В.

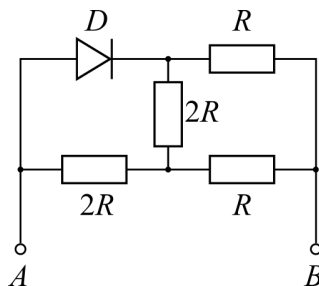
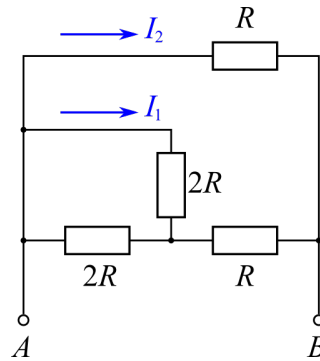


Рис. 2

Возможное решение

В зависимости от полярности подключения источника диод может быть либо закрыт, либо открыт. В случае, когда диод закрыт, сила тока через него равна нулю. Рассмотрим второй случай, когда диод открыт. Поскольку диод идеальный, в эквивалентной схеме его можно убрать:



Сила тока, текущего через диод, равна $I = I_1 + I_2$. По закону Ома:

$$I_2 = \frac{U}{R} = 1 \text{ мА},$$
$$I_1 = \frac{(U/2)}{2R} = 0,25 \text{ мА}.$$

Окончательно, $I = 1,25 \text{ мА}$.

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Рассмотрен случай, когда диод закрыт.....	1 балл
Приведена правильная эквивалентная схема	1 балл
На эквивалентной схеме указаны токи, в сумме составляющие ток через диод	1 балл
Найдены необходимые силы токов через резисторы	1 балл
Получен ответ	1 балл